# Bulletin

Oktober 2006 – Octobre 2006

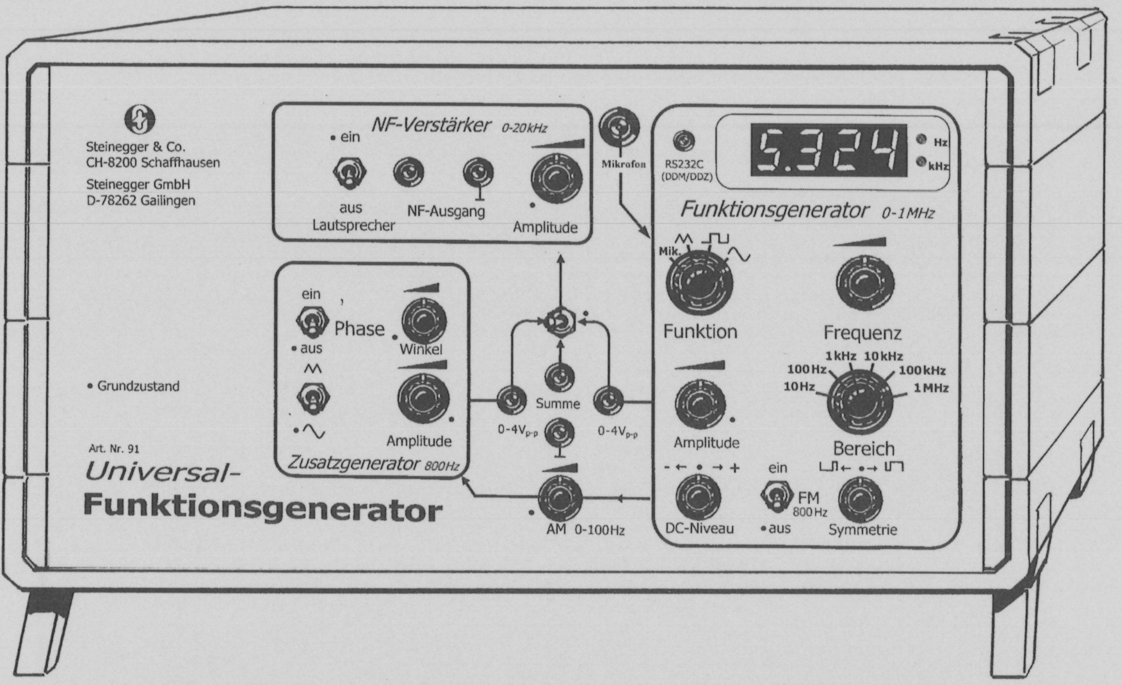
N° 102

VSMP – SSPMP – SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik– und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

# *Universal-*
# Funktionsgenerator

**Kompaktversion Art.Nr. 91**




Das vielseitige Demonstrationsgerät für die Akustik, Schwingungs- und Wellenlehre sowie die Elektrik.

- **Funktionen: Sinus, Rechteck, Dreieck, Sägezahn**
- **Zwei Oszillatoren mit Synchronisationsmöglichkeit in beliebiger Phasenlage (für Interferenzversuche)**
- **Mikrofoneingang, NF-Verstärker, eingebauter Lautsprecher**
- **Frequenz- und Amplitudenmodulation**
- **Direkter Anschluss ans DDM und an den DDZ**
- **Ausführliche Bedienungsanleitung mit vielen Anwendungen**
- **Preis inkl. MWSt.: SFr. 1280.--**

Gerne senden wir Ihnen kostenlos die Kurzbeschreibung "Universal-Funktionsgeneratoren Nr. 91" zu.

**Steinegger & Co.**
**Rosenbergstrasse 23**
**8200 Schaffhausen**

**☎ : 052-625 58 90**
**Fax : 052-625 58 60**
**Internet: www.steinegger.de**

# In dieser Nummer – *Dans ce numéro*


Generalversammlung des VSMP
*Assemblée générale de la SSPMP* 3

Eulertage – eine Anregung 4

Invito a festeggiare un "giorno di Eulero" 6

Les journée d'Euler: quelques idées 8

Porschungswettbewerb zu Klimafragen
*Concours autour du climat* 10

*Prof. Dr. Juraj Hromkovic, ETHZ*
Informatik und allgemeine Bildung 12

**Commission Romande de Mathématiques** **18**

*Jean Piquerez*
Le point de Miquel 18

DPK

**Deutschschweizerische Physikkommission** **21**

*Lisa Poulikakos*
IYPT 2006 in Bratislava, Slovakia 21

Problems for the IYPT 2007 in Seoul, Korea 23

*Martin Lieberherr*
Regenbogenstreuung 24

Formeln und Tafeln, 11. Auflage
Überarbeitung des Naturwissenschaftlichen Teils 27

**Deutschschweizerische Mathematikkommission** **28**

*Lucas Dahinden*
Bericht vom Känguru-der-Mathematik-Lager am Werbellinsee 28

*Daniel Sprecher*
Zu Glanzleistungen angespornt 30

*Olivier Riesen*
Unhabhängige Punkte im Koordinatengitter 33

*Otto Keiser*
CAS am Gymnasium und an der Hochschule 39

**Commission Romande de Physique** **41**

*Olivier Dubail* Champ électrique et logiciel de simulation 41

Kurse

25. Basler Kolloquium für Mathematiklehrkräfte 42

Lehrstücke der Mathematik im Unterricht der Sek. 2 44

Impressum 47

**Internet-Adressen – Adresses Internet**

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch

**Titelseite**

Tu Nguyen (hinten), Michèle (links) und Manuela (rechts), Schweizerische Mathematik-Olympiade Lager 2006 (Artikel, Seite 30).

SSPMP - VSMP - SSIMF
SOCIÉTÉ SUISSE DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE
VEREIN SCHWEIZERISCHER MATHEMATIK- UND PHYSIKLEHRER
SOCIETA SVIZZERA DEGLI INSEGNANTI DI MATEMATICA E FISICA

## GENERALVERSAMMLUNG des VSMP-*ASSEMBLEE GENERALE de la SSPMP*

Freitag, 17. November 2006, Lycée Jean Piaget, Neuenburg
*Vendredi 17 novembre 2006, Lycée Jean Piaget, Neuchatel*

### I. Rahmenprogramm

15:30 UhrBesichtigung des Instituts für Mikrotechnik (IMT) Rue A.-L. Breguet 2, in Neuenburg.
*Visite de l'institut de microtechnique (IMT)* Rue A.-L. Breguet 2, *à Neuchâtel*
*(à côté du lycée Jean Piaget)* *www2.unine.ch/imt.*

### II. Generalversammlung 2006 – *Assemblée générale 2006*

17:30 Uhr Lycée Jean Piaget, Neuenburg, 5 Gehminuten vom Bahnhof -
*Lycée Jean Piaget, Neuchâtel, de la gare 5 minutes à pied.*
www.lyceejeanpiaget.ch und/*et* http://map.search.ch/neuchatel/rue-des-beaux-arts-30

Traktandenliste - *Ordre du jour*

Begrüssung - *Salutations*
1. Traktandenliste 2006, Protokoll 2005 - *Ordre du jour 2006, procès-verbal 2005*
2. Mutationen – *Mutations*
3. Jahresberichte – *Rapports annuels*
4. Jahresrechnungen 2004/2005 und 2005/2006 –
   *Comptes annuels 2004/2005 et 2005/2006*
5. Budget 2006/2007 – *Budget 2006/2007*
6. Varia – *Divers*

Die revidierten Statuten, das Protokoll der letzten GV und die Traktandenliste sind auf unserer Website www.vsmp.ch zu finden. Eine gedruckte Version der revidierten Statuten und Reglemente kann über die untenstehende Adresse angefordert werden.
*Les statuts, le procès verbal de la dernière AG et l'ordre du jour sont à disposition sur notre site internet www.sspmp.ch. Une version imprimée peut être réclamée à l'adresse ci-dessous.*

### III. Gemeinsames Abendessen – *souper en commun*

Im Anschluss an die GV werden wir in einem Restaurant ein gemeinsames Nachtessen einnehmen. Der Ort wird an der GV bekannt gegeben.
*Un souper en commun est prévu après l'assemblée générale, dans un restaurant des environs, dont l'adresse sera communiquée sur place.*

Weitere Auskünfte – *pour plus d'informations*:
W. Pils, Bergstr. 48, 8424 Embrach (Tel: 052 244 05 41 Mail: wolfgang.pils@bluewin.ch).

# Eulertage – eine Anregung

## 1 Was soll ein Eulertag?

Fast jedes Gymnasium kennt Sporttage, Musiktage, Theatertage, Chorreisen, .... Ereignisse, die aus einem Fachbereich herauswachsen, als Sonderveranstaltung den gewohnten Rahmen der Stundenpläne sprengen und möglicherweise solche Schülerinnen und Schüler ansprechen, die im Regelunterricht nicht alle ihre Talente ausloten können. Veranstaltungen auch, die jene erreichen, deren Neugierde, Kreativität oder Fantasie sich im Normalunterricht kaum je entzünden lässt.

Warum sollte man nicht auch in der Mathematik ein Fest feiern können? Euler's dreihundertster Geburtstag im Jahr 2007 könnte ein Grund sein, um es einmal an der eigenen Schule mit einem Mathematiktag der besonderen Art zu versuchen. Sich Zeit zu nehmen für Experimente, welche die mathematisch Interessierten anspricht, für verständliche und prickelnde Mathematik jenseits der Lehrpläne – oder auch eine Mathematikimmersion der Lehrerschaft in einem Bad, das auch neugierigen Romanistinnen, Historikern oder Musikern Wellness vermittelt.

Kurz: Warum sollten wir nicht Mathematik an einem Schultag feiern? Gelingt es uns, Mathematik so zu vermitteln, dass der Funke überspringt und wir unsere Freude, gute Erfahrungen und gute Erinnerungen mit allen teilen können?

## 2 Brainstorming

- Geometrie mit Schere und Kleister: Möbiusbänder
- Geometrie der Landschaftsformen: von Gipfeln, Seen und Pässen.
- Vom Königsberger Brückenproblem zu Landkarten in schwarz und weiss: Nicht alle Grafen sind Edelmänner!
- Buckmister Fuller's Domkonstruktionen und Euler's Polyederformel.
- Lettres à une Princesse d'Allemagne: Euler als Lehrer
- Das 'kleine Welt Phänomen' und Graphen.
- Knoten ohne Theorie?
- Ein Ausflug ins Technorama, um in der Mathematikabteilung Euler's Spuren zu suchen.

## 3 Einige Hintergedanken

Beim Festen lassen sich Verbindungen knüpfen, ja vielleicht sogar Brücken schlagen und Gegensätze überwinden. Die *Idee* zu den *Eulertagen* an den Schulen ist in Diskussionen mit Prof. Hanspeter Kraft, Vorsteher der Eulerkommission und des Mathematischen Instituts der Universität Basel, und Martin Mattmüller, Leiter des Eulerarchiv's, entstanden. Ein solcher Anlass kann das Mathematikbild an einer Schule positiv beeinflussen. Allerdings erfordert das Ziel einen gewissen Aufwand ausserhalb der üblichen Schularbeit. Es bietet aber auch die Chance, *Kontakte zu mathematischen Instituten an Hochschulen* oder zu *in der Praxis und Industrie tätigen Mathematikern* zu suchen. Die Universitäten bieten Hand zu Kontakten, oder gar einer Zusammenarbeit und Unterstützung beim Entwickeln und Durchführen von *Eulertagen* an verschiedenen Schulen. Ergreifen wir diese Chance und die ausgestreckte Hand!

## 4 Vorgehen

Der einfachste Weg zu einem Eulertag an Ihrer Schule: Packen Sie es im Kollegium an! Freunden Sie sich mit dem Gedanken an, eine Extraarbeit zu Euler's Geburtstag zu leisten. Sprechen Sie über die Idee in der Fachschaft, suchen Sie nach möglichen Konkretisierungen an der eigenen Schule oder in der eigenen Region. Sehr vieles ist offen: Datum, Teilnehmerschaft, Thema, Dauer, Form, Inhalte. Sie bestimmen, was für Ihre Schule passen könnte.

Feiern Sie Ihren Eulertag! Vielleicht möchten Sie mit einer Nachbarschule gemeinsam feiern oder nur unter Mathematiklehrern ganz einfach einen Tag lang Euler's Didaktik anhand seiner Algebra studieren. Andere mag es locken, einmal im Original zu sehen, wie Euler seine Formel

$$e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi)$$

begründet.

Sollte für Ihr Vorhaben ein Ratschlag oder ein Originaldokument fehlen oder eine Idee, ja sogar eine Konzeptskizze, das Angebot von Eulerarchiv und Hochschule steht: Sie können mit Unterstützung durch eine Arbeitsgruppe rechnen, die von Hanspeter Kraft zusammengestellt wird.

## 5 Kontakt

Beratung und Kontakte vermittle ich gerne. Senden Sie bitte Ihr mail mit den relevanten Angaben frühzeitig an meine e-mailadresse schneebe@othello.ch

Auch für uns ist das Ganze ein Experiment. Wir hoffen auf rege Beteiligung und auf viele Eulertage. Bitte beachten Sie auch die Homepage www.euler-2007.ch und die dortigen Angebote.

Ich freue mich auf Ihre Kontakte und Anfragen und verbleibe

mit den besten Grüssen

H.R. Schneebeli

2

# Invito a festeggiare un "giorno di Eulero"

## 1 "Giorno di Eulero"?

In quasi tutte le scuole vengono organizzate giornate dello sport, della musica, del teatro, ... tutti eventi che maturano in un ambito disciplinare e che spesso prendono il posto delle lezioni normali: sono manifestazioni pensate per quegli allievi che nelle ore di insegnamento non possono mostrare tutti i loro talenti e coinvolgono quelli che nelle lezioni normali non vedono sollecitate a sufficienza la propria curiosità, la creatività o la fantasia.

Perché non si dovrebbe dedicare una giornata anche alla matematica? Nel 2007 si potrebbe prendere a pretesto il 300-esimo anniversario della nascita di Eulero per riservare un giorno ad una matematica un po' speciale, un po' al di fuori del programma, per offrirci e per offrire anche ai colleghi delle altre materie un incontro stimolante con quella che Gauss ha definito la "regina delle scienze".

Perché non dovremmo festeggiare la matematica, anche per tentare in modo nuovo di sfatarne il mito di "bestia nera degli studenti"?

## 2 Alcuni suggerimenti

- Geometria con le forbici e la colla: i nastri di Möbius.
- Geometria di forme sulla Terra: vette, laghi, passi.
- Dal problema dei ponti di Königsberg alle carte geografiche in bianco e nero.
- Le costruzioni geodesiche di Buckminster Fuller e la formula di Eulero per i poliedri.
- Le *Lettres à une Princesse d'Allemagne*: Eulero, il maestro.
- Il „fenomeno del piccolo mondo„ (*small world phenomenon*) del sociologo americano Stanley Milgram e i grafi.
- Parlare di nodi senza far teoria?
- Una gita al Technorama, nella sezione dedicata alla matematica, alla scoperta delle tracce che Eulero ha lasciato.

## 3 Qualche riflessione

L'idea di indire nelle scuole una *giornata dedicata ad Eulero* è nata da discussioni con il prof. Hanspeter Kraft, direttore dell'istituto di matematica dell'Università di Basilea e della "Commissione Eulero" (*Eulerkommission*), e con il direttore dell'Archivio di Eulero (*Euler's Archiv*) Martin Mattmüller.

Un evento come quello che auspichiamo può avere un influsso positivo sull'immagine della matematica in una scuola. Se è indubbiamente vero che per ottenere lo scopo che ci siamo prefissati bisognerà compiere del lavoro supplementare, è anche vero che una simile manifestazione offre *l'opportunità di attivare contatti con gli istituti universitari di matematica* o *con matematici che svolgono la loro professione presso uno studio o un'industria*. Le università si mettono volentieri a disposizione ed offrono collaborazione e sostegno nella preparazione e nello svolgimento dei *giorni di Eulero*. Approfittiamo dunque di questa opportunità e della mano che ci viene tesa!

## 4 Come fare?

La strada più semplice è indubbiamente quella di affrontate la questione nel Gruppo di materia, di cercare qualcuno disposto a seguirvi nell'idea di prestare un po' di lavoro supplementare per festeggiare il compleanno di Eulero. Parlatene anche ai colleghi di altre materie e cercate di concretizzare il più possibile questa idea nella vostra scuola o nella vostra regione. Tutto è ancora aperto: date, partecipanti, tema, durata, forma, contenuti. Decidete quello che fa meglio al vostro caso.

Festeggiate il giorno di Eulero a modo vostro! Forse vorrete farlo in collaborazione con una scuola vicina oppure sceglierete di trascorrere – con i colleghi di matematica – una giornata di studio sulla didattica di Eulero partendo dalla sua algebra oppure ancora vorrete soddisfare la curiosità di vedere nell'originale come Eulero ha motivato la sua celebra formula

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i.\sin\varphi$$

Se avete bisogno di un consiglio, di un documento originale, di un'idea o addirittura di una bozza di progetto, sappiate che l'archivio di Eulero e l'Università di Basilea vi sostengono grazie in particolare ad un gruppo di lavoro costituito *ad hoc* dal prof. H.P. Kraft.

## 5 Contatto

Resto volentieri a disposizione per consulenze e contatti: mandatemi il più presto possibile un messaggio con i dati fondamentali all'indirizzo schneebe@othello.ch

Anche per noi si tratta di una prima esperienza. Speriamo però vivamente in una attiva partecipazione e auspichiamo l'organizzazione di molte giornate di Eulero. Vogliate consultare anche il sito www.euler-2007.ch con numerose offerte.

In attesa di un vostro cenno e di molte richieste, vi saluto cordialmente.

H.R. Schneebeli

# Les journées d'Euler: Quelques idées

## 1) Pourquoi des journées d'Euler?

Presque chaque gymnase a ses journées de sport, de musique, de théâtre ou autres évènements d'une discipline. Ces manifestations exceptionnelles chamboulent certes les horaires mais plaisent particulièrement à certains élèves qui ont peut-être du mal à exprimer tous leurs talents dans l'enseignement traditionnel. Manifestations qui touchent ceux dont la curiosité, la créativité ou la fantaisie ne s'enclenchent guère en situation scolaire normale. Alors pourquoi ne pas fêter aussi en mathématiques ? Le trois-centenaire de la naissance d'Euler en 2007 pourrait donner l'occasion d'organiser une journée des mathématiques ! Prendre du temps pour des expériences, qui motivent les « mordus » ou présenter quelques aspects croustillants en marge des programmes officiels. Ou essayer d'immerger le corps enseignant dans un bain de mathématiques, que les linguistes, historiens ou musiciens curieux pourraient même considérer comme cure de bien-être.
En résumé : Pourquoi ne pas fêter les mathématiques lors d'une journée d'école ? Transmettre les mathématiques de façon à provoquer l'étincelle, et faire partager notre enthousiasme, nos expériences ou nos bons souvenirs.

## 2) Brainstorming

- Géométrie avec colle et ciseaux : Les bandes de Möbius.
- Géométrie des reliefs naturels : Montagnes, lacs, cols.
- Du problème de Königsberg aux cartes typographiques en noir et blanc : Les com(p)tes ne sont pas toujours si nobles !
- La construction de Buckminster Fuller et la formule du polyèdre d'Euler
- Lettres à une princesse d'Allemagne : Euler, l'enseignant
- Les phénomènes du « tout petit » et les graphes.
- Nœuds sans théorie ?
- Une excursion au technorama, à la recherche des traces d'Euler dans la section Mathématiques

## 3) Quelques réflexions

Lors d'une fête, on peut nouer des liens, construire des ponts et peut-être même aplanir des différends. L'idée des journées d'Euler dans les écoles est née de la discussion avec le Prof. Hanspeter Kraft, président de la commission Euler et de l'Institut de mathématique de l'université de Bâle, et Martin Mattmüller, directeur des archives d'Euler. Un tel projet ne peut qu'influencer de manière positive l'image des mathématiques dans notre école. Ce but n'est bien sûr réalisable qu'au prix d'un certain travail supplémentaire. Mais il présente aussi la possibilité de nouer des contacts avec les instituts de mathématiques des hautes écoles ou encore avec des mathématiciens qui travaillent dans l'industrie. Les universités prêtent main forte en offrant collaboration et soutien dans le développement et la mise en œuvre des journées d'Euler dans les différentes écoles. Alors saisissons l'occasion !

## 4) Comment faire ?

Tout d'abord mettez-vous à plusieurs ! Laissez-vous tenter par l'expérience sans perdre de vue le travail qui vous attend, mais sans oublier la satisfaction qu'apporte aussi un tel projet.
Parlez-en autour de vous, dans les groupes de branche, cherchez des idées de réalisation dans l'école ou la région. Tout est ouvert. La date, la participation, le thème, la durée, la forme, le contenu. Vous décidez ce qui est important pour vous et votre école.

Fêtez votre journée anniversaire d'Euler ! Peut-être pourriez-vous travailler avec une école voisine ? Ou vous consacrer pendant une journée à la didactique d'Euler, sur la base de son algèbre. D'autres préfèreront s'arrêter sur le développement de la formule d'Euler.
$e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi)$
Si vous avez besoin d'un conseil, d'un document original, d'une idée, d'aide au niveau de l'ébauche ou de la réalisation d'un concept,

**L'offre des archives d'Euler et des hautes écoles est concrète :**
**vous pouvez compter sur le soutien d'un groupe de travail mis en place et dirigé par Hanspeter Kraft.**

## 5) Contact

Je transmets volontiers les demandes de conseils et de contacts. Envoyez-moi suffisamment tôt vos références par courriel: Mon adresse électronique est la suivante :
schneebe@othello.ch

Pour nous il s'agit aussi d'une expérience. Nous espérons une participation enthousiaste à ces journées d'Euler. Venez nous rendre visite sur notre site internet. www.euler-2007.ch et prendre connaissance des offres proposées.
Je me réjouis de vos idées, questions et demandes,
Avec mes meilleurs messages

H.R. Schneebeli

NCCR CLIMATE
Swiss Climate Research

## Forschungswettbewerb zu Klimafragen

*Bereits zum fünften Mal führt der Nationale Forschungsschwerpunkt Klima (NFS Klima) einen Wettbewerb für Maturarbeiten durch. Der jährlich stattfindende Wettbewerb ist thematisch bewusst weit gefasst. Er richtet sich an Maturandinnen und Maturanden, die eine Arbeit schreiben, die in irgendeiner Art auf Klimafragen eingeht. Sei dies in Fächern wie Geographie, Physik, Chemie, Biologie oder auch Geschichte.*

Die diesjährigen Preisträgerinnen und Preisträger kommen unter anderem von der Kantonsschule Schaffhausen und den Gymnasien Hofwil (BE) und Muttenz (BL). Sie befassten sich in ihren Arbeiten mit Themen wie: Die Wirtschaftlichkeit von Solarzellen, die Auswirkungen der Klimaveränderung auf Zugvögel sowie den der 14C-Analyse von Holzfunden in der Gletscherforschung.
Die Preissumme des «NCCR Climate Talent Award 2006» beträgt 5000 Franken. Einsendeschluss ist der 28. Februar 2007. Alle weiteren Informationen zu Teilnahmebedingungen und geeigneten Themen finden sich auf www.nccr-climate.unibe.ch/wettbewerb/.

Der Klimawettbewerb richtet sich an Schüler und Schülerinnen aus allen Landesteilen und will Interesse und Verständnis für die Klimaforschung zu wecken. Ziel ist nicht zuletzt die Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses. Aus demselben Grund hat der NFS Klima eine Datenbank für Studienanfänger aufgebaut, die einen vollständigen Überblick über die verschiedenen Studienmöglichkeiten im Klimabereich bietet. Die Informationen sind online verfügbar unter www.nunu.ch.

Der NFS Klima ist ein wissenschaftliches Netzwerk, in dem rund 150 Wissenschafterinnen und Wissenschafter tätig sind. Sie arbeiten in einem Dutzend Partnerorganisationen, darunter die Universität Bern, das Mutterhaus des Programms, das Paul Scherrer Institut und die ETH Zürich. Finanziert wird der NFS Klima unter anderem vom Schweizerischen Nationalfonds.
Weitere Informationen unter www.nccr-climate.unibe.ch.

Kontakt: Kaspar Meuli Tel. 031 631 31 45 oder meuli@giub.unibe.ch

NCCR CLIMATE
Swiss Climate Research

## Concours autour du climat

Pour la cinquième fois déjà, le Pôle de recherche national Climat (PRN Climat) lance un grand concours visant à récompenser des travaux de maturité. Ce concours annuel couvre une thématique très vaste. Il s'adresse aux élèves en fin de gymnase qui réalisent un travail de maturité ayant un rapport, quel qu'il soit, avec le climat. Sont ainsi concernées des disciplines aussi différentes que la géographie, la physique, la biologie, voire même l'histoire.

Les lauréats et lauréates de l'édition 2005 sont élèves des gymnases de Schaffhouse, de Hofwil (BE) et de Muttenz (BL). Les travaux récompensés portent sur des thèmes comme la rentabilité des cellules photovoltaïques, les effets du changement climatique sur les oiseaux migratoires ou encore l'analyse 14C de bois trouvé dans des glaciers.

Le «NCCR Climate Talent Awards 2006» est doté d'un montant total de 5000 francs. Le délai pour le dépôt des candidatures est fixé au 28 février 2007. Vous trouverez toutes les informations complémentaires sur les conditions de participation, ainsi que sur les thèmes possibles, en consultant le site www.nccr-climate.unibe.ch/concours/.

Le concours Climat est ouvert aux élèves des trois régions linguistiques du pays et entend éveiller l'intérêt pour la compréhension de la recherche sur le climat, ainsi qu'encourager la relève scientifique. Sur cette même lancée, le PRN Climat a créé une base de données destinée à de futurs étudiants universitaires et rassemblant toutes les possibilités d'études offertes dans le domaine du climat. Ces informations sont disponibles en ligne sous www.nunu.ch.

Le PRN Climat est un réseau dans lequel travaillent une centaine de scientifiques, au sein d'une douzaine d'organismes partenaires, parmi lesquels figurent l'Université de Berne (institution hôte du PRN), l'Institut Paul Scherrer et l'EPFZ. Le PRN Climat est entre autres financé par le Fonds national suisse.

Pour en savoir plus: www.nccr-climate.unibe.ch

Contact: Kaspar Meuli, Tél. 031 631 31 45 ou meuli@giub.unibe.ch

**Informatik und allgemeine Bildung**

Prof. Dr. Juraj Hromkovic, Departement Informatik ETH Zürich

Heutzutage verbreiten sich Computer in den Haushalten so wie einst Telefone oder Fernseher. PC, Internet, E-Mail und WWW sind nur einige Stichworte, die im Zusammenhang mit der Informatik in der Öffentlichkeit häufig benützt werden. Aber ein erfolgreicher Umgang mit Personal Computern oder «Surfen» im Internet hat noch aus niemandem einen Informatiker gemacht, genauso wenig, wie das Autofahren alleine Maschinenbauer oder das Nutzen elektrischer Geräte Physiker hervorbringt. Die Öffentlichkeit und mit ihr ein Grossteil der Führungskräfte in unserer Gesellschaft haben eine ziemlich falsche Vorstellung von der Informatik als wissenschaftlicher Disziplin. Die Konsequenz ist, dass man die Rolle der Informatik in der allgemeinen Bildung oft unterschätzt und in mehreren Bildungskonzepten auf oberflächliche Computer-Nutzung reduziert. Zielsetzung dieses Artikels ist es, mehr Verständnis für die Natur der Informatik zu vermitteln und auf die möglichen prinzipiellen Beiträge zum Allgemeinwissen, insbesondere auf revolutionäre Änderungen in der Denkweise, aufmerksam zu machen. Zudem soll die in der Informatik erworbene Kompetenz, mit Maschinen zu kommunizieren in den Vordergrund gestellt werden.

Versuchen wir zunächst, die Frage «**Was ist Informatik?**» zu beantworten. Eine genaue Spezifikation einer wissenschaftlichen Disziplin zu liefern, ist eine schwierige Aufgabe, die man selten vollständig bewältigen kann. Üblicherweise wird versucht, Informatik mit der folgenden allgemeinen Aussage zu beschreiben:

> *«Informatik ist die Wissenschaft von der algorithmischen Darstellung, Erkennung, Verarbeitung, Speicherung und Übertragung von Information.»*

Obwohl diese meist akzeptierte Definition der Informatik die Information und den Algorithmus als Hauptobjekte und den Umgang mit diesen als Ziel der Untersuchung in der Informatik darstellt, sagt sie nicht viel über die Natur der Informatik und über die in ihr benutzten Methoden aus. Eine viel wichtigere Frage für die Klärung der Substanz der Informatik ist die folgende:

> *«Welchen Wissenschaften kann man die Informatik zuordnen? Ist sie Meta-Wissenschaft (wie Philosophie und Mathematik), Geisteswissenschaft, Naturwissenschaft oder Ingenieurwissenschaft?»*

Die Antwort auf diese Frage klärt nicht nur das Objekt der Untersuchung, sondern sie legt auch die Methodik und die Beiträge der Informatik fest. Die Antwort lautet, dass die Informatik keiner dieser Wissenschaftsgruppen vollständig zugeordnet werden kann. Die Informatik besitzt sowohl die Aspekte einer Meta-Wissenschaft, einer Naturwissenschaft als auch die einer Ingenieurwissenschaft. Wir geben hier eine kurze Begründung für diese Behauptung.

Wie die Philosophie und die Mathematik studiert die Informatik allgemeine Kategorien wie

> *Determinismus, Nichtdeterminismus, Zufall, Information, Wahrheit, Unwahrheit, Komplexität, Sprache, Beweis, Wissen, Kommunikation, Approximation, Algorithmus, Simulation usw.*

und trägt zu ihrem Verständnis bei. Mehreren dieser Kategorien hat die Informatik einen neuen Inhalt und eine neue Bedeutung gegeben.

Eine Naturwissenschaft studiert (im Unterschied zur Philosophie und Mathematik) konkrete physikalische Objekte und Prozesse, bestimmt die Grenze zwischen Möglichem und Unmöglichem und erforscht die quantitativen Gesetze der Naturprozesse. Die Naturwissenschaften modellieren also die Realität, analysieren die gewonnenen Modelle und überprüfen ihre Zuverlässigkeit in Experimenten. Alle diese Aspekte einer Naturwissenschaft finden sich auch in der Informatik wieder. Die Objekte sind Informationen und Algorithmen (Programme, Rechner), und die Prozesse sind die physikalisch existierenden Prozesse der Informationsverarbeitung. Versuchen wir, dies anhand der Entwicklung der Informatik zu dokumentieren. Die historisch erste wichtige Forschungsfrage der Informatik war die folgende Frage von philosophischer Bedeutung:

> *Existieren wohl definierte Aufgaben, die man automatisch (d.h. durch einen Rechner, unabhängig von der Leistungsfähigkeit heutiger oder zukünftiger Rechner) nicht lösen kann?*

Die Bemühungen, diese Frage zu beantworten, führten zur Gründung der Informatik als selbständige Wissenschaft. Die Antwort auf diese Frage ist positiv, und wir kennen heute viele praktisch relevante Aufgaben, die man gerne algorithmisch (automatisch) lösen würde, die aber algorithmisch nicht lösbar sind. Das liegt aber nicht daran, dass bisher niemand einen Algorithmus (ein Programm) zur Lösung dieser Aufgaben entwickelt hat, sondern daran, dass die Nichtexistenz solcher Programme mathematisch bewiesen wurde.

Nachdem man Methoden entwickelt hat, um Aufgaben diesbezüglich zu klassifizieren, ob für diese ein Programm als algorithmische Lösung existiert oder nicht, stellt man sich die naturwissenschaftliche Frage: **«Wie schwer sind konkrete algorithmische Aufgaben?»**

Die Schwierigkeit einer Aufgabe misst man aber nicht darin, wie schwer es ist, ein Programm für die Aufgabe zu entwickeln, oder wie umfangreich solch ein Programm ist. Die Schwierigkeit misst man in der Menge der Arbeit, die ein Rechner leisten muss, um die Aufgabe für konkrete Eingaben zu lösen. Man hat festgestellt, dass es beliebig schwere Aufgaben gibt, sogar solche, für deren Lösung man mehr Energie braucht, als im ganzen bekannten Universum zur Verfügung steht. Es existieren also Aufgaben, für deren Lösung man zwar Programme schreiben kann, was aber nicht hilft, denn ein Lauf eines solchen Programms benötigt mehr Zeit, als etwa seit dem Urknall bis heute vergangen ist. Die blosse Existenz eines Programms für eine untersuchte Aufgabe bedeutet also nicht, dass diese Aufgabe **praktisch** algorithmisch lösbar ist.

Die Bemühungen, die Aufgaben in **praktisch lösbare** und **praktisch unlösbare** zu unterteilen, führten zu einigen der faszinierendsten mathematisch-naturwissenschaftlichen Erkenntnissen, die in der Informatik erbracht worden sind.

Als ein Beispiel solcher Resultate können wir zufallsgesteuerte Algorithmen betrachten[1]. Programme (Algorithmen), wie wir sie benutzen, sind deterministisch. Die Bedeutung des Wortes «deterministisch» besteht darin, dass das Programm und die Eingabe vollständig die Arbeit des Rechners bestimmen. Zu jedem Zeitpunkt ist in Abhängigkeit von den aktuellen Daten eindeutig bestimmt, was die nächste Aktion des Programms sein wird. Zufallsgesteuerte Programme dürfen mehrere Möglichkeiten für die Fortsetzung ihrer Arbeit aufweisen; welche Möglichkeit gewählt wird, wird zufällig entschieden. Das ist so, als würfe ein zufallsgesteuertes Programm von Zeit zu Zeit eine Münze und wählte abhängig davon, ob Kopf oder Zahl gefallen ist, eine entsprechende Strategie für die weitere Verfahrensweise, etwa zur Suche nach einem richtigen Resultat. Ein zufallsgesteuertes Programm erlaubt daher mehrere unterschiedliche Berechnungen für ein und dieselbe Eingabe. Im Unterschied zu deterministischen Programmen, die immer eine zuverlässige Berechnung des richtigen Resultats garantieren, dürfen einige Berechnungen zufallsgesteuerter Programme auch zu falschen Resultaten führen. Das Ziel besteht darin, die Wahrscheinlichkeit der Durchführung einer Berechnung mit falschem Resultat so gering wie möglich zu halten, was unter bestimmten Umständen bedeuten kann, dass man versucht, den proportionalen Anteil der Berechnungen mit falschem Resultat zu minimieren.

Auf den ersten Blick sieht ein zufallsgesteuertes Programm im Vergleich zu deterministischen Programmen wie etwas Unzuverlässiges aus, und man könnte sich fragen, wozu das gut sein soll. Es existieren aber Aufgaben von grosser praktischer Bedeutung, bei denen der schnellste deterministische Algorithmus auf dem schnellsten denkbaren Rechner mehr Zeit zur Berechnung der Lösung bräuchte, als das Universum alt ist. Die Aufgabe scheint also praktisch unlösbar zu sein. Und nun geschieht ein «Wunder»: Ein zufallsgesteuerter Algorithmus, der die Aufgabe in ein paar Minuten auf einem gewöhnlichen Personal Computer mit einer Fehlerwahrscheinlichkeit von einem Billionstel löst. Kann man ein solches Programm für unzuverlässig halten? Der Lauf eines deterministischen Programms, das für eine Aufgabe während eines Tags rechnet, ist unzuverlässiger als unser zufallsgesteuertes Programm, weil die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Hardware-Fehlers während einer 24-stündigen Arbeit viel höher ist als die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften Ausgabe des schnellen zufallsgesteuerten Programms.

Warum so etwas überhaupt möglich ist, ist ohne Informatikvorkenntnisse schwer zu erklären. Die Suche nach den wahren Gründen für die Stärke der Zufallssteuerung ist aber eine faszinierende mathematisch-naturwissenschaftliche Forschungsaufgabe. Wichtig ist, zu bemerken, dass auch hier die Natur unser bester Lehrmeister sein kann, denn in ihr geschieht mehr zufallsgesteuert, als man glaubt. Informatiker können viele Beispiele von Systemen angeben, bei denen die gewünschten Eigenschaften und Verhaltensweisen im Wesentlichen durch das Konzept der Zufallssteuerung erreicht werden. In solchen Beispielen muss jedes deterministische, «einhundert Prozent zuverlässige» System mit dem erwünschten Verhalten aus Milliarden von Teilsystemen bestehen, die alle miteinander kooperieren müssen. Ein solch komplexes System, bei dem viele Teilsysteme immer korrekt arbeiten, kann praktisch nicht realisiert werden, und falls ein Fehler auftritt, ist es eine fast unlösbare Aufgabe, ihn zu suchen. Man braucht gar nicht darüber nachzudenken, wie hoch die Entwicklungs- und Herstellungskosten eines solchen Systems wären. Andererseits kann man ein solches System zu geringen Kosten durch ein kleines zufallsgesteuertes System mit dem gewünsch-

[1] Es ist eine Vorliebe des Autors, gerade dieses Beispiel zu verwenden. Die Informatik besitzt eine Menge eindrucksvoller Konzepte, die einen erstaunen lassen.

ten Verhalten ersetzen, bei dem alle Funktionen jederzeit überprüfbar sind und die Wahrscheinlichkeit eines fehlerhaften Verhaltens so gering ist, dass man sich in der Anwendung keine Sorgen darüber machen muss.

Trotz der naturwissenschaftlichen Aspekte der Informatik, die wir gerade illustriert haben, bleibt diese für die meisten Informatiker eine typische anwendungs- und problemorientierte Ingenieurwissenschaft. Die Informatik umfasst nicht nur die technischen Aspekte des Ingenieurwesens, wie

> *Organisation des Entwicklungsprozesses (Phasen, Meilensteine, Dokumentation), Formulierung strategischer Ziele und einzuhaltender Grenzen, Modellierung, Beschreibung, Spezifikation, Qualitätssicherung, Testen, Einbettung in existierende Systeme, Wiederverwendung und Werkzeugunterstützung,*

sondern auch die Management-Aspekte wie zum Beispiel

> *Team-Organisation und -Leitung, Kostenvoranschlag und Kostenaufschlüsselung, Planung, Produktivität, Qualitäts-Management, Abschätzung von Zeitrahmen und Fristen, Zeit zur Markteinführung, Vertragsabschluss und Marketing.*

Eine Informatikerin oder ein Informatiker muss auch ein wahrer Pragmatiker sein. Bei der Konstruktion sehr komplexer Soft- oder Hardware-Systeme muss man Entscheidungen oft gefühlsmässig und anhand eigener Erfahrung treffen, weil man keine Aussicht hat, die komplexe Realität vollständig zu analysieren und zu modellieren.

Ein anschauliches Beispiel ist das Konstruieren grosser Software-Systeme, die aus mehr als einer Million Recheninstruktionen bestehen. Es ist angesichts derart langer und komplexer Programme praktisch unmöglich, ein fehlerfreies Produkt herzustellen, insbesondere wenn an seiner Herstellung eine grosse Anzahl von Software-Ingenieuren beteiligt ist. Also weiss man im Vorhinein, dass ein fehlerhaftes Verhalten des Endproduktes nicht zu vermeiden ist, und es geht nur darum, ob die Anzahl dieser Fehler sich in Hunderten, Tausenden oder sogar Zehntausenden messen lassen muss. Und da kommen die meisten der oben erwähnten Konzepte ins Spiel. Gute Modellierung, Strukturierung und Spezifikation in der Herstellungsphase und geschicktes Verifizieren und Testen während des ganzen Projekts sind entscheidend für die endgültige Zuverlässigkeit des Software-Produkts.

Wenn man sich das, was wir bisher von der Informatik geschildert haben, durch den Kopf gehen lässt, könnte man den Eindruck gewinnen, dass das Studium der Informatik zu schwer sei. Gute Mathematikkenntnisse sind erforderlich, und die Denkweise von Naturwissenschaftlern und Ingenieuren ist gleichermassen erwünscht. Das mag stimmen, aber in dieser Interdisziplinarität liegt auch der grösste Vorteil dieser Ausbildung. Die grösste Krankheit heutiger Wissenschaften ist eine zu starke Spezialisierung, die dazu geführt hat, dass sich viele Wissenschaften zu unabhängig voneinander entwickelt haben. Die Wissenschaften entwickelten eigene Sprachen, die oft sogar für benachbarte Wissenschaften nicht mehr verständlich sind. Es geht soweit, dass die standardisierte Art der Argumentation in einer Wissenschaft von einer anderen Wissenschaft als eine oberflächliche und unzulässige Begründung eingestuft wird. Das macht die propagierte interdisziplinäre Forschung ziemlich schwierig. Die Informatik aber ist in ihrem Kern interdisziplinär. Sie orientiert sich an der Suche nach Problemlösungen in allen Bereichen des an der Suche nach Problemlösungen in allen Bereichen des wissenschaftlichen und alltäglichen Lebens, bei denen man Rechner anwendet oder anwenden könnte. Dabei bedient sie sich eines breiten Spektrums von Verfahren, das von präzisen formalen Methoden der Mathematik bis hin zum erfahrungsgetriebenen «Know-how» der Ingenieurdisziplinen variiert. Die Möglichkeit, gleichzeitig unterschiedliche Wissenschaftssprachen und Arten des Denkens zusammenhängend in einer Disziplin zu erlernen, ist das wichtigste, was den Informatikabsolventen in ihrer Ausbildung vermittelt wird.

Dies führt uns zur Kernfrage dieses Abschnitts, zur Frage, wie man die Informatik in die allgemeine Bildung einfliessen lassen kann. Dabei ist wichtig zu bemerken, dass es hier nicht darum gehen soll, wie man erfolgreich Rechner zur Unterstützung der Ausbildung in anderen Fächern nutzt, sondern darum, welche Teile der Kerninformatik man wie und wo in der allgemeinen Bildung anbieten kann.

Die Informatik mit ihren Erkenntnissen mathematischer und naturwissenschaftlicher Natur hat heute für die allgemeine Bildung eine genauso grosse Bedeutung wie jedes andere Fach, das fester Bestandteil der Ausbildung ist. Am besten sind die potenziellen Bildungsbeiträge der Informatik mit jenen der Mathematik zu vergleichen, nicht nur, weil die angewandten Methoden mathematischer Natur sind und viele Erkenntnisse in der Schnittmenge von Mathematik und Informatik liegen, sondern insbesondere auch, weil die Kenntnisse der Kerninformatik ähnlich allgemeine Bedeutung für Lösungen von Problemen haben und genauso wichtig für die Prägung von Denkweisen sind wie mathematische Kenntnisse. Beispiele dafür sind nicht nur die oben erwähnten zufallsgesteuerten Programme und Systeme, sondern auch viele abstrakte Anwendungen in der Kommunikation, insbesondere im geheimen Informationsaustausch (Kryptographie). Das Schöne an der Präsentation dieser Gebiete ist, dass man die Ziele als aufregende Probleme erfährt und auf der Lösungsebene viele unerwartete Wendungen und Überraschungen erleben kann. Dies ist gerade das, was der heutigen Mathematikausbildung in Mittelschulen fehlt. Informatikunterricht kann in mehreren Dimensionen eine Bereicherung und Unterstützung des Mathematikunterrichts sein und soll in keinem Fall als Konkurrenz für die Mathematik betrachtet werden. Man kann sich zum Beispiel der Entwicklung von algorithmischen Strategien zur Lösung mathematischer Probleme widmen. Solche Zielsetzungen sind leicht zu motivieren. Darüber hinaus kann man die entwickelten Methoden und Strategien auf dem Rechner und oft sogar im täglichen Leben umsetzen und testen. Solche experimentierfreudigen und puzzle-artigen Elemente brächten wieder mehr Leben in den Mathematikunterricht. Die anschauliche Geometrie kann sehr früh erfolgreich vermittelt werden, wenn man im Programmierunterricht im Primarschulalter mit Programmen zur Zeichnung von geometrischen Bildern anfängt.
Es verbleibt natürlich die Frage, ob und wie man die praktischen, ingenieurwissenschaftlichen Teile der Informatik in die allgemeine Ausbildung einbringen kann. Diese sind wesentlich bedeutsamer als das Erlernen des Umgangs mit dem Rechner. Zum Beispiel bedeutet Programmieren, ein gewünschtes Verhalten oder Tätigkeiten auf der Ebene einfacher Aktionen so eindeutig wie möglich und in der Form eines Rezepts zu beschreiben, dass nicht nur jeder nicht eingeweihte Mensch, sondern sogar die Maschine, bar jeder Intelligenz, die gewünschte Tätigkeit nach dem vorgelegten Rezept erfolgreich ausüben kann. Diese Fertigkeit wird im täglichen Umgang mit der Technik mehr und mehr gefragt, denn sie entspricht in gewissem Sinne der Fähigkeit, mit den Maschinen zu kommunizieren. Es ist sicher nicht zu unterschätzen, wenn Kinder und Jugendliche eine grosse Freude am Programmieren entwickeln. Das rührt daher, dass sie etwas entwerfen dürfen, das sie

danach testen und durch Fehlersuche korrigieren und verbessern können. Etwas, das vielleicht für viele nicht glaubhaft klingen mag, ist, dass es Grundschulkindern mit Begeisterung gelingt, die Grundlagen der Programmierung zu erlernen und selbständig anzuwenden. Einige Zukunftsvisionen schreiben dem Algorithmenentwurf und der Programmierung eine dem Lesen und Schreiben vergleichbare Bedeutung zu. Ob das wirklich so wörtlich zu nehmen ist, wird die Zeit zeigen. Aber in der Epoche der Rechner und breiter Kommunikationsmöglichkeiten ist gerade die Informatik die Disziplin, die das tiefere Verständnis für all diese Prozesse der Informationsverarbeitung und -übertragung vermitteln kann.

Wir haben mehrere unterschiedliche Gründe für eine stärkere Einbeziehung der Informatik in die allgemeine Bildung genannt. Der wichtigste liegt wahrscheinlich in der Interdisziplinarität, die das innere Merkmal der Informatik ist. Max Planck hat einmal gesagt, dass es nur eine Wissenschaft gibt und dass ihre Verteilung in unterschiedliche Wissenschaftsdisziplinen der beschränkten menschlichen Kapazität, aber nicht ihrem inneren Bedarf entspricht. Die Informatik ist ein «lebendiger» Beweis der Gültigkeit dieser Behauptung. Informatik könnte gerade den fehlenden Integrationsfaktor zwischen verschiedenen Wissenschaftsgebieten liefern und so zur Modernisierung des ganzen Bildungssystems beitragen.

Mit der Integration der Informatik geht es nicht nur darum, die schon vor vielen Jahren entstandene Lücke in der allgemeinen Ausbildung zu schliessen, sondern einen wesentlichen Schritt nach vorne in der Entwicklung unseres Schulsystems zu machen.

# Le point de Miquel

*Jean Piquerez*
*Collège et Ecole de Commerce Madame de Staël*

J'ai par hasard retrouvé un théorème de géométrie synthétique en traitant avec mes élèves un problème de similitude à l'aide des nombres complexes.
Considérons en effet quatre points A,B,C et D du plan complexe d'affixes respectives a,b,c et d, et la similitude $s$ telle que $s$(A) = C et $s$(B) = D et déterminons son équation complexe en fonction de a, b, c et d.

Comme $s(z) = uz + v$ avec $u,v \in \mathbb{C}$ à déterminer, il vient : $\left.\begin{array}{l} c = ua + v \\ d = ub + v \end{array}\right\} \Rightarrow \; c - d = u(a - b)$

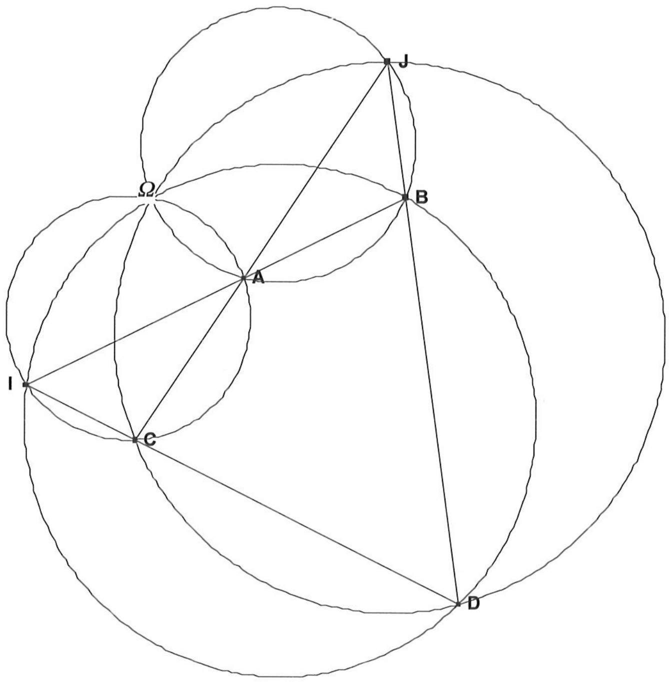
d'où $u = \dfrac{c-d}{a-b}$, car $a \neq b$.

En substituant on a : $c = \dfrac{(c-d)\,a}{a-b} + v$, et, après calculs $v = \dfrac{ad - bc}{a-b}$.

Le point fixe $\Omega$ d'affixe $\omega$ d'une telle similitude est tel que : $\omega = \dfrac{v}{1-u}$, si $u \neq 1$, ce que l'on supposera désormais.

Donc $\omega = \dfrac{ad - bc}{a + d - (b + c)}$, et ce qui frappe dans cette expression, c'est son invariance par rapport à toutes les permutations de a, b, c et d qui échangent b et c et/ou a et d.

*figure 1*



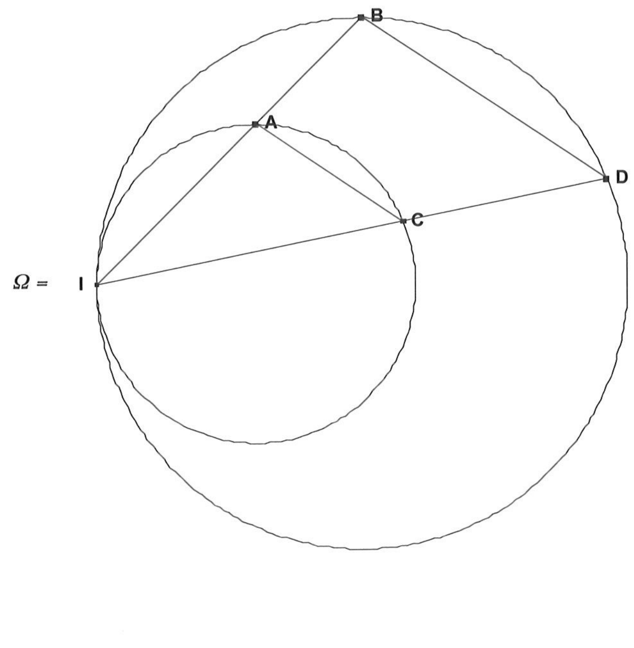
Or ces permutations sont au nombre de quatre. En plus de $s$, il y a $s'$ définie par $s'(\mathrm{A}) = \mathrm{B}$ et $s'(\mathrm{C}) = \mathrm{D}$, ainsi que $s^{-1}$ et $(s')^{-1}$. Toutes quatre ont $\Omega$ pour point fixe. Il s'agit maintenant de comprendre quelle propriété géométrique cela traduit.

Rappelons que $s$ a donc $\Omega$ pour point fixe et est d'angle $\alpha$ avec $\alpha = (\vec{AB}, \vec{CD})$ (voir fig. 1). Donc $\Omega$ est sur l'arc capable d'angle $\alpha$ des deux segments $[AC]$ et $[BD]$. Pour des raisons en tous points identiques, $\Omega$ qui est le point fixe de $s'$, est sur l'arc capable d'angle $\beta = (\vec{AC}, \vec{BD})$ des deux segments $[AC]$ et $[BD]$, à supposer que les deux paires de droites (AB),(CD) et (AC),(BD) se coupent, ce que l'on fera dorénavant..
Ainsi les quatre cercles circonscrits aux triangles IAC, IBD, JAB et JCD se coupent au point $\Omega$, appelé point de Miquel du quadrilatère complet ABCDIJ.

**Cas particulier :** (AC) // (BD) mais (AB) et (CD) sécants.

En termes complexes cela signifie que $d - b = \lambda(c - a)$.
Donc $\omega = \dfrac{a[b + \lambda(c-a) - bc]}{a - c + \lambda(c-a)} = \dfrac{\lambda a - b}{\lambda - 1}$, car $\lambda \neq 1$, sinon on aurait (AB) // (CD).
Ainsi, $\omega \in (AB)$.
On montre de même que $\omega = \dfrac{\mu c - d}{\mu - 1}$ avec $\mu = \dfrac{1}{\lambda} \neq 1 \Rightarrow \omega \in (CD)$.
En conclusion $\omega \in (AB) \cap (CD)$ et $\Omega$ coïncide avec I (voir figure 2). Les cercles (ABJ) et (CDJ) dégénèrent en les droites (AB) et (CD), les deux cercles (ACI) et (BDI) sont tangents en I, point commun aux deux cercles et aux deux droites (AB) et (CD).

*figure 2*

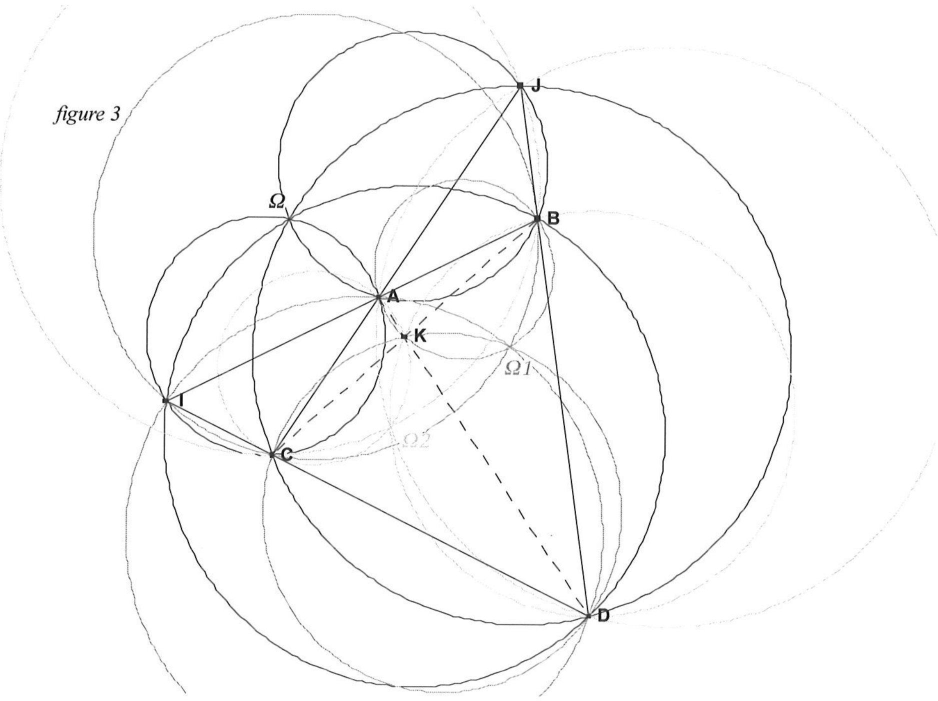


Reprenons le cas général et envisageons les deux similitudes suivantes : $s_1(\mathrm{A}) = \mathrm{D}$, $s_1(\mathrm{B}) = \mathrm{C}$ et $s_1^{'}(\mathrm{A}) = \mathrm{B}$ , $s_1^{'}(\mathrm{D}) = \mathrm{C}$ . Elles ont, au même titre que $(s_1)^{-1}$ et $(s_1^{'})^{-1}$, le même centre de similitude $\Omega_1$ d'affixe $\omega_1 = \dfrac{ac - bd}{a + c - (b + d)}$, ce qui donne lieu à quatre cercles circonscrits aux triangles ADI, BCI, ABK et DCK, avec K = (AD)$\cap$(BC), tous concourants en $\Omega_1$ précisément.

Les deux similitudes restantes, à savoir : $s_2(\mathrm{A}) = \mathrm{C}$, $s_2(\mathrm{D}) = \mathrm{B}$ et $s_2^{'}(\mathrm{A}) = \mathrm{D}$, $s_2^{'}(\mathrm{C}) = \mathrm{B}$ ont elles aussi, de même que $(s_2)^{-1}$ et $(s_2^{'})^{-1}$, le même centre de similitude $\Omega_2$ d'affixe $\omega_2 = \dfrac{ab - cd}{a + b - (c + d)}$, ce qui donne lieu à nouveau à quatre cercles circonscrits aux triangles ACK, DBK, ADJ et CBJ concourants en $\Omega_2$.

La figure 3 ci-dessous rend compte de cette situation :

*figure 3*



DPK

# IYPT 2006 in Bratislava, Slovakia

*Lisa Poulikakos*
*MNG Rämibühl Zürich*

After a few days of vigorous strategic work and last-minute makeovers of our presentations, it was time to embark on our journey to Bratislava, Slovakia for this year's IYPT.

IYPT is short for International Young Physicists' Tournament and it consists of a perfect mix between athletic competition, debating and, of course, physics. Now you are probably wondering how this is possible: Every year, the International Organizing

Committee of the tournament publishes 17 physics problems covering a vast range of fields. They are all at a high level and require a good understanding of basic physical phenomena as well as creativity and efficiency in setting up experiments. The goal is for each participating team to prepare themselves to present and discuss their solution to the problem as well as analyse other teams' results. This occurs in form of a Physics Fight, a highly original phenomenon, in which three teams take the stage as Reporter, Opponent or Reviewer in turn.

The Swiss team this year consisted of two students from the MNG Rämibühl Zurich, two students from the KS im Lee Winterthur, as well as one student from the Alte Kantonsschule Aarau, being the first time representative from another canton! In preparing for the Swiss Young Physicists' Tournament as well as for the IYPT later on, we met many times throughout the year to prepare (and to play with the experimental material including bubble bath foam, magnets, "wet rags" and steel balls).

The tournament in Bratislava was a unique and really exciting experience. It began with the opening ceremony, in which the presentations of renowned physicists from Slovakia and elsewhere were lightened up by a Slovak interpretation of Salsa (which was especially enlightening to the Brazilian team …)

The fights had their ups and downs, as do all competitions. Our team learned to work together rather well in a short amount of time. We were all able to help the team using our different strengths as well as learn a fully new approach to a physical problem from our team as well as our opponents.

Participating in a fight is highly stimulating and quite surely action packed. Our first fight was against Germany (the winners of last year's tournament and the rumoured "bad guys") as well as New Zealand, another very strong team. However, Switzerland being a neutral country, we did not let the others' past reputation put us off guard and battled on to the end.

Our problem, however, was that more than three of our solutions were not prepared at a sufficient level to be presented and so we had "rejected" six challenges by round three (in which the Dutch team ruthlessly challenged us to all our worst problems), any rejection above three being penalised. This was a bit discouraging; however, we decided to keep our heads up high and do our best in the fights themselves. We did not want our tragic defeat in the prior round to distract us. This mentality worked very well, especially in round four. There we fought against England and Australia and were challenged to one of our strongest presentations. Our lucky mascot was finally kicking in!

The IYPT did not only consist of physics fights and night shifts in which we polished up our solutions (though all the teams had to put in quite a bit of nocturnal work), there was so much more. The host country organised a number of cultural events such as excursions to the Dirny cave, where stalactites and stalagmites are interpreted as various fruits, vegetables and sheep, and to Redstone castle where a wonderful medieval festival was taking place. We of course also got to know the very creamy Slavic food as well as the feel of an eastern European country.

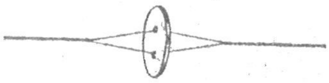
What was very unique and memorable was our chance to visit the representative of Switzerland in Bratislava for an official apéro. It was very friendly and pleasant and Mr Claude Barbey elegantly gave us some valuable philosophical insight on life, which we repeatedly came back to during the tournament. Our favourite quote from that day was: "La vie n'est pas une fleuve tranquille."

Amongst the most special things we were able to experience was the chance the IYPT gave us to meet young people from all over the world with common interests. Our team made many friends, partially due to typical male bonding rituals such as throwing paper airplanes from the balcony with some of the other teams. It was remarkable to learn about other cultures and other lifestyles. The atmosphere was wonderfully friendly and warm, especially after the competitive part of the tournament was over. Really, how often do you get the chance to hang out in the Mexican team's room with people from New Zealand, Hungary, Kenya, Korea and the Netherlands at the same time? It was really great.

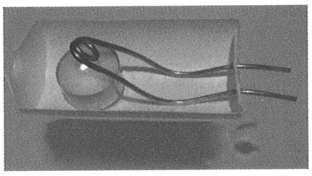
Participating in the IYPT was an unforgettable and really valuable experience. We all learned so much about other cultures, working in a team, making strategic decisions, speaking eloquently and professionally, defending our opinion in front of a crowd and of course, physics in a way we had not seen it at school. We hope that many more students are encouraged to participate and kick butt next year in South Korea!

## *PROBLEMS FOR THE IYPT 2007 in Seoul, Korea*

1. **Filament** There is a significant current surge when a filament lamp is first switched on. Propose a theo-retical model and investigate it experimentally. 2. **Slinky** Suspend a Slinky vertically and let it fall freely. Investigate the characteristics of the Slinky's free-fall motion. 3. **Water jets** What can be observed when two water jets collide at different angles?



4. **Spring thread** Pull a thread through the button holes as shown in the picture. The button can be put into rotating motion by pulling the thread. One can feel some elasticity of the thread. Explain the elastic properties of such a system. 5. **Razor Blade** A razor blade is placed gently on a water surface. A charged body brought near the razor makes it move away. Describe the motion of the razor if an external electric field is applied. 6. **Rheology** It has been said that if you are sinking in soft mud, you should not move vigorously to try to get out. Make a model of the phenomenon and study its properties. 7. **Crickets** Some insects, such as crickets, produce a rather impressive sound by rubbing together two parts of their body. Investigate this phenomenon. Build a device producing a sound in a similar way. 8. **Condensation** Water droplets form on a glass filled with cold water. Explain the phenomenon and investigate the parameters that determine the size and number of droplets on the glass. 9. **Ink Droplet** Place a droplet of ball pen ink on a water surface. The droplet begins to move. Explain the phenomenon. 10. **Steam Boat** A boat can be propelled by means of a candle and metal tubing with two open ends (an example is shown in the picture). Explain how such a boat is propelled and optimize your design for maximum velocity. 11. **Water Ski** What is the minimum speed needed to pull an object attached to a rope over a water surface so that is does not sink. Investigate the relevant parameters experimentally and theoretically. 12. **Fluid lens** Develop a fluid lens system with adjustable focus. Investigate the quality and possible applications of your system.13. **Balloon** Measure the change of the optical properties of the skin of a balloon during its inflation. 14. **Earthquake** Suggest a mechanism that makes buildings resistant to earthquakes. Perform experiments and explain the results. 15. **Blowpipe** Investigate the motion of a projectile inside a blowpipe. Determine the conditions for maximum exit velocity when blown by mouth. 16. **Water Cascade** Arrange a corrugated drainage pipe, or similar, on an incline. Allow water to flow through the pipe and then carefully stop the flow. Investigate the behaviour of the system when water is dropped into the pipe.



17. **Ice Bulge** Fill a plastic tray with water. When frozen, under certain conditions, a bulge can appear on the surface. Investigate this phenomenon.

Find details on www.sypt.ch

# Regenbogenstreuung

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, 8001 Zürich

## Einleitung

Wer rennt nicht ans Fenster, wenn es einen Regenbogen zu sehen gibt? Ich nehme an, Sie wissen, wie er zu Stande kommt. Erste Erklärungen[1] dieses Phänomens stammen aus dem Mittelalter (Abb. 1). René Descartes konnte qualitativ zeigen[2], dass Licht durch Brechung und Reflexion bevorzugt in bestimmte Richtungen abgelenkt wird (1637). Zu seiner Zeit war aber die Differentialrechung noch zuwenig entwickelt, um den Streuwinkel exakt zu bestimmen. Die Rechnung ist aber nicht schwierig und kann sogar von Gymnasiasten nachvollzogen werden.

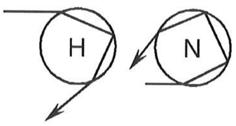



Abbildung 1: Der Mönch Dietrich von Freiberg fand zw. 1304 und 1311 in Versuchen mit Wasserflaschen, dass Haupt- und Neben-Regenbögen auf den dargestellten Strahlengängen von Licht in Wassertropfen beruhen.

## Theorie

Wie gross sind die Ablenkwinkel bei der geometrischen Regenbogenstreuung an einem kugelförmigen Wassertropfen? Der Ablenkwinkel $\delta$ wird gemessen zwischen dem einfallenden Strahl und dem Strahl, welcher den Tropfen verlässt (Abb. 2)

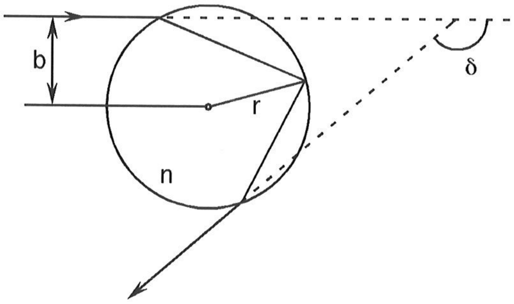



Abbildung 2: Der kugelförmige Wassertropfen hat Radius r und Brechungsindex n relativ zur Umgebung. Der Ablenkwinkel $\delta$ ist eine Funktion des Stossparameters b und der relativen Brechzahl n. Er lässt sich leicht mit Hilfe des Reflexions- und Brechungsgesetzes bestimmen.

Der Ablenkwinkel $\delta$ als Funktion des relativen Stossparameters $x = b/r$ (Abb. 2) ist:

$$\delta = m \cdot 180 \; + 2 \cdot \arcsin x - (2 + 2m) \cdot \arcsin(x/n)$$

Dabei ist m die Anzahl interner Reflexionen (m = 1 für den Hauptregenbogen, wie in Abb. 2 gezeichnet). Der Graph von $\delta(x)$ hat Minima oder Maxima. Leiten wir $\delta(x)$ nach x ab und setzen die Ableitung Null, so erhalten wir die stationären Stellen:

$$x_{stat} = \sqrt{\frac{(1+m)^2 - n^2}{(1+m)^2 - 1}}$$

Setzt man $x_{stat}$ in $\delta(x)$ ein, so erhält man die zugehörigen stationären Winkel $\delta_{stat}$. In diese Richtungen wird besonders viel Licht abgelenkt. Für n = 1.333 (Wasser im gelben Spektralbereich) erhält man folgende Regenbogen-Streuwinkel: (Tabelle)

| $m$ | $x_{stat}$ | $\delta_{stat}$ | halber Öffnungswinkel | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.86084 | 137.92° | 42.08° | Hauptregenbogen |
| 2 | 0.95020 | 230.89° | 50.89° | Nebenregenbogen |
| 3 | 0.97376 | 318.26° | 138.26° | gegen die Sonne |
| 4 | 0.98368 | 403.70° | 136.30° | gegen die Sonne |
| 5 | 0.98884 | 488.23° | 51.77° | im Nebenregenbogen |

Tabelle: Stationäre Stossparameter $x_{stat}$ und Regenbogen-Streuwinkel $\delta_{stat}$ als Funktion der Anzahl m interner Reflexionen für einen Brechungsindex n = 1.333. Mit der Sonne im Rücken haben die Bögen den angegebenen, halben Öffnungswinkel.

**Simulation**

Die formale Rechnung ist schön und wohlbekannt, aber Bildchen sind hübscher. Ich wollte deshalb die Regenbogenstreuung numerisch simulieren. Zuerst musste ich Lichtstrahlen sowie Reflexion und Brechung an einer Kugel vektorgeometrisch (zweidimensional) beschreiben. Dann liess ich viele Strahlengänge vom Computer berechnen und zeichnen. Jedes Mal, wenn ein Strahl ein Pixel traf, wurde dessen Grauwert um eine Einheit erhöht. So erscheint eine hohe Lichtintensität als weisse Stelle. Um den Helligkeitseindruck noch etwas näher an die Realität heranzuführen, liess ich den Weg an der Grenzfläche Wasser-Luft mit einer Wahrscheinlichkeit entsprechend dem Wert des Reflexionskoeffizienten (für s-polarisiertes Licht) einschlagen. Ist der Strahl erst mal in den Tropfen eingetreten, könnte er dort im Prinzip beliebig oft reflektiert werden, aber nach spätestens 100 Reflexionen liess ich die Rechung abbrechen.

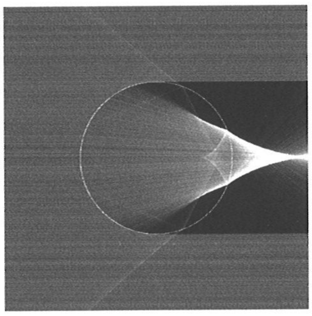


Abbildung 3: Simulierte Lichtstreuung an einem kugelförmigen Tropfen. $2 \cdot 10^4$ Lichtstrahlen wurden am linken Bildrand auf einer zufällig gewählten Höhe abgeschossen. Die Strahlen wurden an der Grenzfläche Luft/Wasser in zufälliger Weise entweder reflektiert oder transmittiert (mit einer Wegwahl entsprechend dem Reflexionskoeffizienten). Die Helligkeitswerte (8 Bit) wurden sukzessive aufaddiert. Das Bild hat eine Kantenlänge von 600 Pixeln.

Abbildung 3 sieht schon recht hübsch aus (auf dem Bildschirm besser als im Druck), aber die stationären Streuwinkel sind kaum erkennbar. Man hat die Wahl zwischen Überbelichtung der hellen Stellen respektive Unsichtbarkeit der lichtschwachen Orte.

Ich habe deshalb die Rechnung wiederholt und dann das Bild durch ein Hochpassfilter geschickt, um die Kanten hervorzuheben. Das numerische Filter subtrahierte vom Grauwert eines Pixels den mittleren Grauwert der benachbarten Pixel (sog. "unscharf maskieren"). Das Resultat kann in Abb. 4 betrachtet werden.

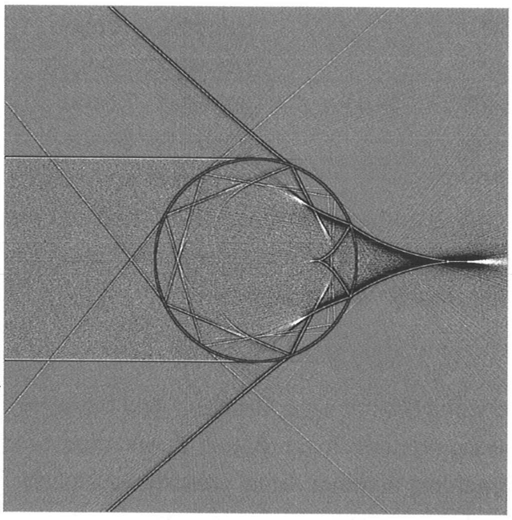


Abbildung 4: Regenbogenstreuung
$10^6$ Strahlen wurden gleichmässig auf den Tropfen geschossen und die Intensitäten addiert; anschliessend wurden die Helligkeiten mit einem Hochpassfilter ("unsharp masking") ausgeglichen. Auf diese Weise sieht man die Feinstruktur der Lichtintensität im Tropfen besser. Das Bild hat 1000 Pixel Kantenlänge.

Können Sie die Regenbogen-Streuwinkel (Tabelle) in der Abbildung finden?

**Wassertropfen als Linse**

Man sieht in den Abbildungen 3 und 4, dass der Tropfen das einfallende Licht bündelt. Das gebündelte Licht geht leider nicht exakt durch einen Punkt sondern bildet eine Kaustik. Wenn man sich aber auf Strahlen nahe der Mittelachse beschränkt, wirkt der Tropfen wie eine Linse. Wie gross ist deren Brennweite? Nach der Theorie der dicken Linse[3] erhält man:

Brennweite $f = \frac{n}{2(n-1)} r$ (Abstand hintere Hauptebene-Brennpunkt)

Schnittweite $s = \frac{n}{2(n-1)} r - r$ (Abstand Kugelscheitel-Brennpunkt)

Für den relativen Brechungsindex n = 1.333 erhält man Brennweite $f = 2.002 \cdot r$ und Schnittweite $s = 1.002 \cdot r$. Diese Werte passen zu den Abb. 3 und 4, denn dort hat die Spitze der Kaustik einen Abstand von ca. einem Radius von der Kugel. Wir sehen auch, dass bei einer Kugellinse die vordere und hintere Hauptebene zusammen fallen. Die Hauptebene ist also hier gleich der Mittelebene.

**Quellen**

[1] http://de.wikipedia.org/wiki/Regenbogen (Aufruf am 10. August 2006)

[2] Fritz Kubli "Mit Geschichten und Erzählungen motivieren" Aulis Verlag 2005, 22-30

[3] Anhang zum Katalog der Optikfirma Spindler & Hoyer

# Formeln und Tafeln, 11. Auflage, Orell Füssli 2006
# Überarbeitung des Naturwissenschaftlichen Teils

Für die neue Auflage wurden im Physikteil einige kleinere Änderungen vorgenommen, neue Tabellen eingesetzt und ein grosser Teil der Daten auf den neuesten Stand gebracht. Wie üblich, konnte der Druckfehlerteufel nicht absolut am Wirken verhindert werden.
Im Folgenden eine kurze Zusammenstellung der wichtigsten Änderungen.

**Änderungen im Formelteil**
Die Fallbeschleunigung $g$ ist nun auch beim schiefen Wurf aufgeführt; beim Gewicht trägt sie neu den Namen Ortsfaktor (S. 142 und 143);
Der Ausdruck für die Corioliskraft wurde neu aufgenommen (S. 145);
Die Gasgesetze sind neu geordnet, zwei der drei Adiabatengleichungen sind weggelassen, dafür ist die Geschwindigkeitsverteilung nach Maxwell-Boltzmann mit speziellen Werten aufgeführt (S. 153 und 154);
Der Abschnitt Kernphysik ist durch einige Ausdrücke ergänzt worden; die radiologischen Einheiten sind in der Schreibweise nun dem übrigen Tabellenteil angepasst (S. 164).

**Änderungen im Tabellenteil**
Die Definition des Mols ist neu gemäss Metas formuliert (S. 166);
Unter Verschiedene Einheiten wurden neu einige Volumina und Dosimetriegrössen aufgenommen (S. 167);
Im Kernphysikteil sind neu Tabellen zu den Strahlungs- und Gewebewichtungsfaktoren eingefügt (S. 186);
Die Daten wurden generell überprüft. Die wichtigsten Anpassungen betreffen die Tabellen
Physikalische Konstanten
  8 Geophysikalische Daten der Schweiz (S. 188)
Astronomie
  4.1 Sonnensystem (S. 194),
  7.1 Relative Häufigkeit der Elemente (S. 199)
Chemie
  3 Standardpotentiale (S. 202 und 203)
  5 Löslichkeiten, Gitter- und Hydrationsenthalpien (S. 205)
  6 Atom- und Ionenradien (S. 206).

**Druckfehler**
Leider musste mit einer Korrigenda-Karte auf einen schwerwiegenden Fehler hingewiesen werden: der viel benutzten Gravitationskonstante $G$ fehlt an der zweiten Nachkommastelle die Ziffer 7 (S. 165).
Ein weiterer bisher bemerkter Fehler betrifft den Ausdruck für die Häufigste Geschwindigkeit in der Maxwell-Boltzmann Verteilung $v_w$: anstelle des Zahlenfaktors 8 sollte dort der Faktor 2 stehen.
Für die Angabe weiterer entdeckter Fehler ist die DPK dankbar. Meldungen sind erbeten an uzimmermann@kzu.ch.

## Bericht vom Känguru-der-Mathematik-Lager am Werbellinsee

*(Aus der Sicht eines Teilnehmers.)*

Am Freitag, dem 18. August reiste unsere sechsköpfige Schweizer Gruppe mit unserem Betreuer Thomas Huber nach Berlin zum Camp des Kängurus der Mathematik. Nach einem recht komfortablen Flug wurden wir vom Flughafen Tegel abgeholt und in einen Zug nach Eberswalde gesetzt. Dort warteten bereits einige andere Teams und nach einer kurzen Begrüssung ging es mit dem Bus weiter ins Lagerdorf am Werbellinsee, wo wir alle gemeinsam ein Lagerhaus bezogen. Nach dem Auspacken war Zeit für einen Rundgang durch die gigantisch grosse Anlage mit vielen Grünflächen und Duzenden von Gebäuden, deren Architektur zweifellos der DDR-Zeit zuzuordnen ist. Beim Abendessen machten wir dann das erste mal Bekanntschaft mit der Mensaküche, die sich im Laufe der folgenden Woche als äusserst wenig variabel herausstellte (was wir da aber noch nicht wussten).
Der nächste Programmpunkt bestand aus einer eher langen Folge von „Kennenlernspielen“ zur Förderung der Durchmischung der sechs teilnehmenden Nationalitäten Deutschland, Österreich, Niederlande, Polen, Slowakei und natürlich der Schweiz. Anschliessend hatten wir nochmals etwas Zeit zur Verfügung, wir nutzten sie für einen Spaziergang an den nahen Strand, wo wir auch ein Café fanden, welches aber leider nicht geöffnet hatte. Der erste Tag endete dann um 22.30, als wir ins Bett geschickt wurden. Einige empfanden das doch als eher seltsam.

Der Schwerpunkt des Camps waren Vorträge zu verschiedenen mathematischen Themen, welche meist morgens und nachmittags gehalten wurden. Die Themen waren breit gestreut, wir erhielten zum Beispiel Einblicke in die Gesetze der Fibonaccifolge oder untersuchten die möglichen periodische und aperiodische Bahnen von Bällen auf kreisförmigen und elliptischen Billardtischen. Ein Vortrag war der Konstruktion von Kränen gewidmet, die ihre Fracht in möglichst gerader Linie zu transportieren vermögen (ein hochinteressantes und bis heute praxisrelevantes Problem). Wir erhielten auch Einführungen in verschiedene Nachrichtenverschlüsselungs-methoden, in die Theorie der verschiedenen „Unendlichkeiten“ und einiges mehr.
Doch nicht nur aus mathematischer Sicht waren die Vorlesungen lehrreich, sondern auch sprachlich gab es einiges zu lernen, die offizielle Lager- und Unterrichtssprache war nämlich Englisch. Unterrichtet wurde in drei Gruppen, die möglichst gemischt zusammengestellt wurden, sodass man automatisch mit vielen Leuten in Kontakt kam. Etwas schade war, dass bei einigen Vorträgen nicht aktiv mitgearbeitet werden konnte, weil es keine Aufgaben zu dem präsentierten Stoff gab, oder weil keine Zeit war um die Aufgaben gemeinsam zu besprechen.

Neben den Vorlesungen wurden drei Wettbewerbe völlig verschiedener Art durchgeführt. Der Erste war ein Turnier in einem einfachen Spiel namens Tantrix, das die ganze Woche andauerte. Bei Tantrix geht es darum, hexagonale Spielsteine aneinander zu reihen, sodass die verschiedenfarbigen Linien auf ihnen ein durchgehendes Muster ergeben. Gewonnen hat der, welcher in seiner Farbe die längste durchgehende Linie hat, wenn keine Steine mehr übrig sind. Der Gewinner erhielt eine Einladung an die diesjährige Tantrix-Weltmeisterschaften. Das Schweizer Team war allerdings nicht an vorderster Front mit dabei, sodass der Sieger denn auch nicht in unseren Reihen zu finden war.
Der zweite Wettbewerb war der Werbellinsee Team Contest, bei welchem es darum ging, vier Matheaufgaben im Team innerhalb einer Woche zu lösen. Die Aufgaben waren sehr im Stile der Schweizer Mathematik Olympiade, und da wir alle letztes Jahr daran teilgenommen haben, erhofften wir uns da gute Chancen. Die Aufgaben waren jedoch teils relativ schwierig, sodass wir Stunden brauchten, eine korrekte und schöne Lösung zu finden. Die Aufgabe 3 hat uns tagelang Kopfzerbrechen bereitet, bis wir sie schliesslich fünf Minuten vor Abgabetermin (korrekt) lösen konnten. Nach einigen Abenden harter Arbeit hat sich die Mühe aber gelohnt, die Schweizer Delegation hat den Wettbewerb souverän gewonnen, was uns natürlich sehr freute.

Der dritte Wettbewerb bestand aus einem Känguru-Test mit modifizierten Regeln. Wir arbeiteten in Vierergruppen, die bunt zusammengewürfelt wurden. Man musste die Aufgaben der Reihe nach in drei Versuchen lösen und durfte, wenn man eine Aufgabe übersprang, nicht nochmals einen Versuch starten. Der Wettbewerb endete, wenn die erste Gruppe alle 30 Aufgaben gelöst hatte oder 1.5 Stunden verstrichen waren.

Zur Auflockerung standen während der Woche auch mehrere Exkursionen auf dem Programm. Die Organisatoren dachten sich dabei einiges aus. Wir fuhren zum Beispiel mit Draisinen auf Bahngeleisen durch die Landschaft, allerdings waren das keine Handdraisinen, sondern velobetriebene Gefährte. Leider spielte das Wetter nicht ganz mit, und wir wurden ziemlich nass. Am Donnerstag gab es einen ganztägigen Ausflug nach Berlin, den wir mit einem Besuch im Technik Museum begannen. Anschliessend war genügend Zeit für einen ausgedehnten Stadtrundgang, der von uns verschieden genutzt wurde. Einige machten sich auf die Suche nach Schuhen oder Kleidern, andere besichtigen zum Beispiel den Berliner Dom. Höhepunkt war ein gemeinsames Essen in einem kleinen Restaurant in der Nähe des Alexanderplatzes. Dies war ein sehr angenehmer und erholsamer Tag.
Am Freitag besichtigten wir schliesslich noch ein riesiges Schiffshebewerk in Niederfinow, das grösste seiner Art in Europa. Wir konnten mit einem Rundfahrtenschiff direkt in das Hebewerk fahren und uns 36 Meter in die Höhe heben lassen.

Am Abend gab es jeweils regen Austausch mit Leuten aus anderen Ländern beim Pokern oder Spielen. Allerdings fast nur mit anderen deutschsprachigen Jugendlichen oder den Niederländern. Mit den Polen und den Slowaken hatten wir leider wenig Kontakt, was schade war, da man von den anderen Sprachen, welche durchaus interessant gewesen wären, fast nichts mitbekam.

Am Samstag Morgen brachen wir schliesslich wieder Richtung Schweiz auf. Da in Berlin genügend Zeit blieb, schauten wir uns zum Abschluss noch den neuen Hauptbahnhof an. Ein wirklich schöner Bau mit einem eindrucksvollen Glasdach. Am Nachmittag erreichten wir den Flughafen Kloten mit einer knappen Stunde Verspätung. Diese Woche war für alle eine interessante Erfahrung. Die Vorträge haben uns neue Erkenntnisse gebracht, wir haben viele Mathematikinteressierte aus anderen Ländern getroffen und viele schöne Abende verbracht. Insgesamt herrschte doch eine gute und kollegiale Stimmung, an die sich die Teilnehmenden sicherlich noch lange erinnern werden.

Lucas Dahinden

*Als Präsident der Deutschschweizerischen Mathematikkommission möchte ich den involvierten Schulleitungen bzw. den für die Beurlaubung zuständigen Schulleiterinnen und Schulleitern ein Kränzlein winden. Die unkomplizierte Art, wie die von mir eingereichten Urlaubsgesuche von den Kantonsschulen Baden, Hohe Promenade Zürich, Sargans, Solothurn, Zug und Zürcher Oberland bewilligt wurden, verdient ein Kompliment; denn meine sechs Gesuche wurden zeitlich weniger als nur knapp eingereicht, um's höflich auszudrücken! Die Verantwortlichen freuten sich mit uns über die Teilnahmemöglichkeit ihrer Schülerinnen oder Schüler und dürfen umgekehrt auch ein wenig Stolz darauf sein, dass jemand von ihrer Schule an diesem internationalen Mathe-Camp in der Nähe von Berlin teilnehmen durfte.*

*Hansjürg Stocker, Wädenswil*

# Zu Glanzleistungen angespornt

Daniel Sprecher

*Glanzleistungen hat die Schweiz dieses Jahr nicht nur an der Fussball-Weltmeisterschaft erzielt, auch an der Internationalen Mathematik-Olympiade (IMO) wurde gehörig abgesahnt: Eine Goldmedaille, eine Silbermedaille und vier Honourable Mentions brachte die Sechserdelegation von Ljubljana zurück.*

Vladimir Serbinenko, Gold; Markus Sprecher Silber (von links nach rechts)

Jedes Jahr findet in der Schweiz die Mathematik–Olympiade statt (SMO), wo es für die Gymnasiastinnen und Gymnasiasten neben nationalen Auszeichnungen auch um die Teilnahme am internationalen Wettbewerb geht. Für Erfolge wie den diesjährigen braucht es nicht unbedingt ein Mathe-Super-Genie. Auf Ideen zu kommen und elegante Lösungsansätze zu finden, ist nämlich auch eine Frage der Übung. Und geübt wird nicht nur zu Hause im stillen Kämmerlein, sondern in einer fröhlichen Runde: an der SMO wird allein und im Team mit Ideen experimentiert, bis die Lösung steht. Dabei bleibt auch stets Zeit für Sport, Spiel und Beisammensein.

## Gute Ideen für die Lösung interdisziplinärer Aufgaben

Die Komplexität der Aufgaben der Mathematik-Olympiaden beruht nicht auf komplizierten Theorien. Es sind Beweise in den Bereichen Algebra, Geometrie, Kombinatorik und Zahlentheorie zu erbringen, die logisches Denken, viel Kreativität und Offenheit voraussetzen. Und gerade diese Offenheit für neue Wege braucht es, um sich der Wissenschaft zu nähern.

## Breitensport, der zu Spitzenleistungen führt

In vielen Ländern haben mathematische Olympiaden eine lange Tradition und das Lösen der kniffligen Beweisaufgaben entwickelte sich zu einem eigentlichen Volkssport unter Schülerinnen und Schülern. China, USA und die Länder des ehemaligen Ostblocks stellen jeweils die besten Mannschaften. In der Schweiz melden sich für die erste Runde gegen 100 Schülerinnen und Schüler

– Tendenz steigend. Dass alle Sechs aus dem Schweizer Team an der IMO eine Auszeichnung holten, zeigt, dass auch bei uns breit abgestützter Sport zu Spitzenleistungen führt.

Tu Nguyen (hinten) Michèle Itten (links) und Manuela Dübendorfer (rechts) ; SMO-Lager 2006

Aufgabe 6 (aus der Finalrundenprüfung des SMO 2006)
An einem Tennisturnier haben mindestens drei Spieler teilgenommen. Dabei haben je zwei Spieler genau einmal gegeneinander gespielt, und jeder Spieler hat mindestens ein Match gewonnen.
Zeige, dass es drei Spieler A, B, C gibt, sodass A gegen B, B gegen C und C gegen A gewonnen hat.

### Motivationsspritze von Lehrerinnen und Lehrern

Auch wer sich für Mathematik interessiert, braucht Mut, um sich an das erste Vorbereitungstreffen zu wagen. Da dürfen auch Unterrichtende ihre Überredungskünste walten lassen – meistens folgt der Dank umgehend.
Auch ratlose Lehrer können motivierend wirken: "Ich habe meinem Lehrer eine Aufgabe der Wissenschafts-Olympiaden mitgebracht. Er versuchte sie ebenfalls zu lösen, aber er fand den Lösungsweg nicht. Auch die Kollegen, denen er die Aufgabe gegeben hat, waren nicht erfolgreich", erzählt Teilnehmerin Manuela Dübendorfer. Es kann ein Ansporn sein, wenn auf diese Art

demonstriert wird, dass die Aufgaben tatsächlich sehr schwer sind. Von den Lehrerinnen und Lehrern wird nicht erwartet, dass sie den Olympiadenstoff beherrschen.

### Freude am eigenen Talent weckt Lust an der Mathematik

Durch die spezielle Art der Aufgaben wird die Kreativität beim Finden von Lösungsansätzen gefördert. Professor Knus von der ETH Zürich beurteilt den Nutzen dieser Fähigkeiten folgendermassen: "Diese künftigen Studentinnen und Studenten sind Problemen gegenüber offen und haben den Mut, sie anzugehen. Dies ist auch für ihre spätere Tätigkeit wichtig." Und wenn sie an der Olympiade merkten, dass es in der Mathematik noch Vieles zu erforschen gebe, dann wecke dies die Lust an der Mathematik.
Ausserdem darf nicht unterschätzt werden, was für einen Einfluss dieser sportliche Wettbewerb auf das Selbstbewusstsein der Teilnehmenden haben kann. Die Mathematik-Olympiade ist weder ein Elitentreffen noch eine Selbsthilfegruppe sondern bringt vielen die Erfahrung, an die eigenen Grenzen zu kommen und ehrlich auch einmal stolz aufs eigene Talent zu sein.

Die Schweizer Mathematik-Olympiade (SMO) ist ein Wettbewerb für Jugendliche unter 20 Jahren. Sie richtet sich an begabte Schülerinnen und Schüler, die ergänzend zum Schulstoff weitere Herausforderungen suchen. An den Vorbereitungstreffen und im Lager werden die Teilnehmer an neue Themengebiete herangeführt und üben sich im Entwickeln von eigenen Beweisen. Dabei stossen sie auch an ihre eigenen Grenzen, in einer Art wie sie es sich von der Mittelschule her meist nicht gewohnt sind. An der SMO werden nationale Auszeichnungen verliehen und die sechs besten qualifizieren sich für die Internationale Mathematik-Olympiade (IMO). Die nächste IMO findet im Sommer 2007 in Hanoi, Vietnam statt.

72 von 110 angemeldeten Gymnasiastinnen und Gymnasiasten aus der ganzen Schweiz haben 2006 an der ersten Runde der SMO teilgenommen. Sie beschäftigten sich mit Aufgaben aus den Bereichen Algebra, Geometrie, Kombinatorik und Zahlentheorie. Die Probleme werden gezielt so ausgewählt, dass für die Lösung kein grosses Vorwissen, sondern gute Ideen und mathematisches Geschick benötigt werden. Dadurch wird Kreativität beim Finden von Lösungsansätzen gefördert.

Aus dem Ziel ein möglichst gutes Resultat an der IMO zu erreichen, ist vor zwei Jahren die SMO entstanden. Den Organisatoren - Doktorierende und Studierende der ETH - ist es ein grosses Anliegen, junge, mathematisch begabte Schülerinnen und Schüler zu fördern. Sie sollen die Möglichkeit erhalten ihr Talent zu nutzen und sich national und international mit Gleichgesinnten zu messen. Ausserdem lernen sie an den Anlässen viele andere Jugendliche kennen, mit denen sie ihre Freude an der Mathematik teilen können.

Ende September 2006 wird an alle Mathematik-Lehrer der Schweiz Informationsmaterial verschickt – mit der Bitte um Weiterleitung an ihre Schülerinnen und Schüler. Das erste Vorbereitungstreffen findet am Samstag, 2. Dezember 2006, parallel in Zürich und Lausanne statt. Interessierte können sich bis dahin anmelden und weiter informieren unter **www.imosuisse.ch**.

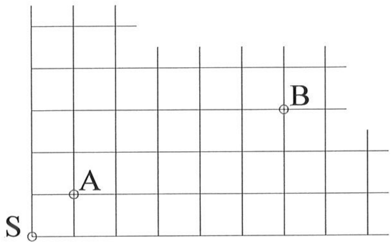
Daniel Sprecher; Präsident der Schweizer Mathematik-Olympiade; daniel@imosuisse.ch

# Unabhängige Punkte im Koordinatengitter

Oliver Riesen, Kantonsschule Zug

Ausgangspunkt meiner kleinen Betrachtung war die Vorbereitung zu einer Stochastik-Prüfung, was schliesslich zu folgender Prüfungsaufgabe führte.

Mr. X startet im Koordinatengitter im Punkt S(0 | 0) und bewegt sich nach rechts und oben. An jedem Kreuzungspunkt entscheidet er per Zufall ($p = ½$), ob er nach rechts bzw. nach oben weiter gehen soll.




Wir definieren die Ereignisse
A: Mr X kommt im Punkt A vorbei.
B: Mr X kommt im Punkt B vorbei.
Sind die Ereignisse A und B abhängig oder unabhängig?

Die W'keit, dass Mr. X auf seinem Weg im Punkt A(1 | 1) vorbeikommt, beträgt genau ½, was man mit der bekannten Formel löst.

Die W'keit, dass Mr. X beim Punkt B(6 | 3) vorbeikommt, beträgt $\binom{9}{3} \cdot 0.5^9 = \frac{21}{128}$.

Und die W'keit, dass Mr. X sowohl beim Punkt A und auch beim Punkt B vorbeikommt, beträgt $\binom{2}{1} \cdot 0.5^2 \cdot \binom{7}{2} \cdot 0.5^7 = \frac{21}{256}$

Weil $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$, sind die beiden Punkte unabhängig. (Ich werde nun nicht mehr von unabhängigen Ereignissen, sondern von unabhängigen Punkten schreiben.)

Das kann man auch so sehen: Wenn Mr. X beim Punkt A sicher vorbeikommt (er kann auch dort starten), dann beträgt die W'keit, dass er bei B vorbeikommt $\binom{7}{2} \cdot 0.5^7 = \frac{21}{128}$ und diese W'keit ist dieselbe, wie wenn Mr. X im Punkt (0 | 0) startet. Die Information über den Punkt A verändert also die W'keit nicht, dass Mr. X bei B vorbeikommt. Also ist die W'keit, bei B vorbeizukommen, unabhängig davon, ob Mr. X vorher bei A vorbeikam oder nicht.

Die Tatsache, dass die beiden Punkte unabhängig sind, hängt wesentlich davon ab, dass für die verwendeten Binomialkoeffizienten $\binom{9}{3} = 4 \cdot \binom{7}{2}$ gilt.

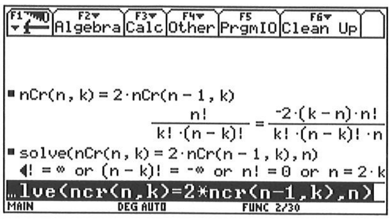
Weil ich beim Vorbereiten besagter Prüfung per Zufall darauf gestossen bin, dass $\binom{9}{3} = 4 \cdot \binom{7}{2}$ gilt und somit die Punkte A und B unabhängig sind, habe ich mich gefragt, ob es weitere solche Punkte im Koordinatensystem gibt, die unabhängig sind.
Hier lässt sich der Taschenrechner mit CAS experimentell gut einsetzen.

## 1. Unabhängigkeit zum Punkt (1 | 0)

Die W'keit, in einem Punkt (m | k) vorbeizukommen, muss also dieselbe sein, egal ob man im Punkt (0 | 0) oder im Punkt (1 | 0) startet.

Also muss $\binom{m+k}{k} \cdot 0.5^{m+k} = \binom{m+k-1}{k} \cdot 0.5^{m+k-1}$ sein.

Wenn wir vereinfachend m + k = n setzen und die Zweierpotenzen zusammenfassen, erhalten wir die entscheidende Gleichung $\binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n-1}{k}$. Diese Gleichung kann man auch noch von Hand gut lösen, aber den Einsatz von CAS kann man damit auch gerade üben.




Der TI liefert problemlos n = 2k, folglich ist m = k und der Punkt (k | k) zu (1 | 0) unabhängig. Dies gilt für alle k > 0.

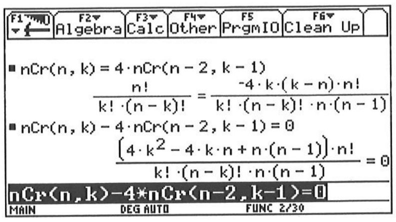
**Für jedes t ist der Punkt (t | t) unabhängig zu (1 | 0)**

Aus Symmetriegründen ist (t | t) auch unabhängig zu (0 | 1). Ich werde mich aber für den Rest der Arbeit auf die Fälle beschränken, bei denen im Punkt A(x | y) $x \geq y$ ist.

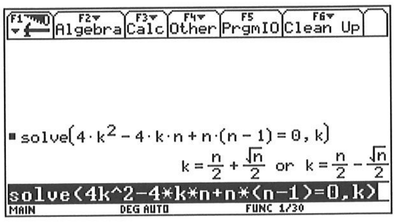
## 2. Unabhängigkeit zum Punkt (1 | 1)

Wenn der Punkt (m | k) zu A(1 | 1) unabhängig sein soll, dann muss die folgende Gleichung gelten: $\binom{m+k}{k} \cdot 0.5^{m+k} = \binom{m+k-2}{k-1} \cdot 0.5^{m+k-2}$

Setzen wir wieder m + k = n und vereinfachen, dann erhalten wir $\binom{n}{k} = 4 \cdot \binom{n-2}{k-1}$. Dabei muss $n \geq 2$ sein.

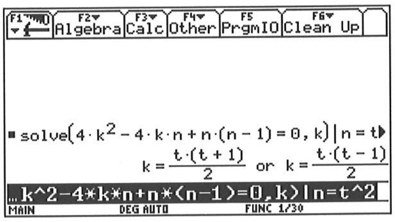



Die Umformung $\binom{n}{k} - 4\cdot\binom{n-2}{k-1} = 0$ liefert sofort die entscheidende Gleichung $4\cdot k^2 - 4\cdot k\cdot n + n\cdot(n-1) = 0$. Deren Lösung zeigt alles Nötige:




Damit ganzzahlige Lösungen auftreten, muss n eine Quadratzahl sein.
Für n = 4 erhält man a) k = 3, somit m = 1 und der Punkt ist (1 | 3)
b) k = 1, somit m = 3 und der Punkt ist (3 | 1)
Analog gibt es für n = 9 die beiden zur Diagonalen symmetrisch liegenden Punkte (6 | 3) und (3 | 6). Hier taucht der Punkt vom Ausgangsproblem auf.

Wir lösen den Fall noch allgemein und setzen $n = t^2$.




k hat dann die Form $k = \frac{t\cdot(t+1)}{2}$, $t \in N$ oder $k = \frac{t\cdot(t-1)}{2}$, $t \in N$. Hier kommt nebenbei die Summe der ersten t natürlichen Zahlen ins Spiel. Somit ist der folgende Satz bewiesen:

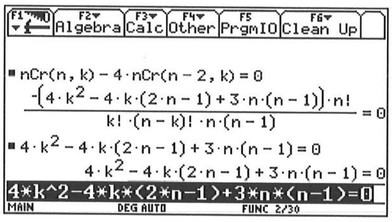
**Für jedes t sind die Punkte $\left(\frac{t\cdot(t+1)}{2} \,\middle|\, \frac{t\cdot(t-1)}{2}\right)$ und $\left(\frac{t\cdot(t-1)}{2} \,\middle|\, \frac{t\cdot(t+1)}{2}\right)$ unabhängig zu (1 | 1).**

Die Unabhängigkeit zu (1 | 1) hat sich als interessantester Fall meiner Untersuchungen herauskristallisiert.

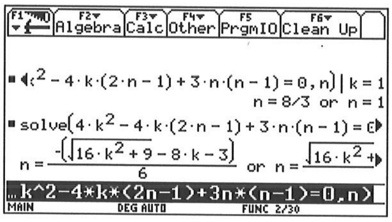
## 3. Unabhängigkeit zum Punkt (2 | 0)

Jetzt lautet die Gleichung $\binom{n}{k} = 4 \cdot \binom{n-2}{k}$ resp. $\binom{n}{k} - 4 \cdot \binom{n-2}{k} = 0$. Dabei ist $n \geq 2$.

Daraus ergibt sich (siehe Rechner-Output): $4 \cdot k^2 - 4 \cdot k \cdot (2n - 1) + 3 \cdot n \cdot (n - 1) = 0$
Interessanterweise ist es für diesen Fall einfacher, die Gleichung nach n auflösen zu lassen (und nicht nach k).




Für k = 1 erhält man n = 1, was zu $n \geq 2$ im Widerspruch steht.
Wenn man für k weitere Werte einsetzt, sieht man, dass es keine ganzzahligen Lösungen gibt.
Also lassen wir die Gleichung allgemein auflösen:




Unter der Wurzel steht $(4k)^2 + 9$. Damit eine ganzzahlige Lösung vorkommt, muss dieser Ausdruck wieder ein Quadrat sein. Das geht aber nur für k = 1. Somit gilt:

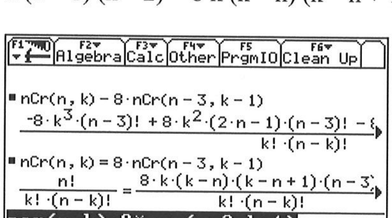
**Es gibt keinen zu (2 | 0) unabhängigen Punkt.**

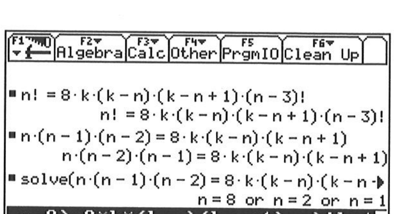
## 4. Unabhängigkeit zum Punkt (2 | 1)

Jetzt lautet die wichtige Gleichung $\binom{n}{k} = 8 \cdot \binom{n-3}{k-1}$, wobei $n \geq 3$.

Hier hilft der Lösungsansatz über die Differenz $\binom{n}{k} - 8 \cdot \binom{n-3}{k-1} = 0$ nicht weiter.

Wenn man hingegen die Gleichung direkt hinschreibt, dann erhält man
$n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) = 8 \cdot k \cdot (k - n) \cdot (k - n + 1)$



Wenn man nun auflöst, erhält man für k = 1 die widersprüchlichen Lösungen n = 1 oder n = 2, hingegen ist n = 8 interessant. Das führt zum Punkt P(7 | 1).

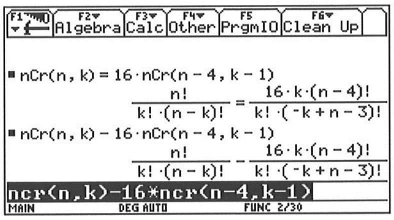
**Der Punkt P(7 | 1) ist vom Punkt (2 | 1) unabhängig.**

Für k = 2 erhält man nur n = 2, was aber nicht geht.
Für $k \leq 10$ gibt es keine weiteren ganzzahligen Lösungen für n.
Der Taschenrechner ist nicht in der Lage, die Gleichung allgemein zu lösen.
Mathematik-Software-Pakete (Mathematica, Maple etc.) können die Gleichung zwar auflösen; ob sich darunter ganzzahlige Lösungen befinden, ist aber nicht ohne weiteres ersichtlich.
Ich vermute, dass ausser (7 | 1) kein ganzzahliger Punkt zu (2 | 1) unabhängig ist.

## 5. Unabhängigkeit zum Punkt (3 | 1)

Jetzt starten wir mit der Gleichung $\binom{n}{k} = 16 \cdot \binom{n-4}{k-1}$. Jetzt gilt $n \geq 4$.

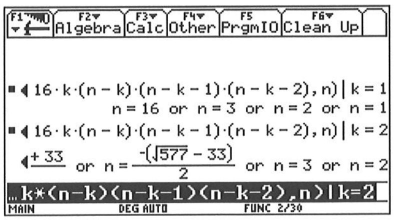
Da bringen beide Ansätze vorerst keinen entscheidenden Fortschritt.




Also formen wir von Hand um: $\frac{n!}{(n-4)!} = 16k \frac{(n-k)!}{(n-k-3)!}$

oder noch besser $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) = 16 \cdot k \cdot (n-k) \cdot (n-k-1) \cdot (n-k-2)$

und lösen auf nach n, wenn k verschiedene Werte annimmt.




Für k = 1 erhält man nur den interessanten Fall n = 16. Das ergibt den Punkt (15 | 1).

**Der Punkt (15 | 1) ist zu (3 | 1) unabhängig.**

Für k = 2 gibt es zwar n = 2 oder n = 3, was aber nicht geht. Für weitere Werte von $k \leq 10$ gibt es keine ganzzahligen Lösungen.

Ich vermute, dass es ausser (15 | 1) keine weiteren Punkte gibt, die zu (3 | 1) unabhängig sind.

## 6. Unabhängigkeit zu weiteren Punkten

Aus den Berechnungen der beiden vorherigen Kapitel lässt sich vermuten:

**Der Punkt ($2^t - 1$ | 1) ist zu ($t - 1$ | 1) unabhängig.**
Das lässt sich zum Schluss sogar von Hand beweisen.

Die Gleichungen $\binom{n}{k} = 8 \cdot \binom{n-3}{k-1}$ bzw. $\binom{n}{k} = 16 \cdot \binom{n-4}{k-1}$ stehen für die Fälle t = 3 resp. t = 4.

Verallgemeinert ergibt sich $\binom{n}{k} = 2^t \cdot \binom{n-t}{k-1}$.

Für k = 1 wird die Gleichung zu $\binom{n}{1} = 2^t \cdot \binom{n-t}{0}$. Weil $\binom{n-t}{0} = 1$, muss für $n = 2^t$ sein.
Somit ist der eine Punkt ($2^t - 1$ | 1) und der andere ist ($t - 1$ | 1).

## 7. Schlussbetrachtungen

Ich habe drei Scharen von Punkten gefunden, die zueinander unabhängig sind. (In der Zusammenfassung lasse ich die jeweils symmetrisch liegenden Fälle weg.)

In 2. habe ich gezeigt, dass die Punkte (t | t) zu (1 | 0) unabhängig sind.
In 3. habe ich gezeigt, dass die Punkte $\left(\frac{t \cdot (t+1)}{2} \,\middle|\, \frac{t \cdot (t-1)}{2}\right)$ zu (1 | 1) unabhängig sind.
In 6. habe ich gezeigt, dass die Punkte ($2^t - 1$ | 1) und ($t - 1$ | 1) voneinander unabhängig sind.

Ich vermute, dass es keine weiteren ganzzahligen Punkte gibt, die voneinander unabhängig sind, jedoch habe ich dazu – abgesehen vom betrachteten Fall A(2 | 0) – keinen Beweis.

Insbesondere wäre die Unabhängigkeit zu (3 | 0) und zu (2 | 2) interessant. Die entstehenden Gleichungen sind jedoch dritten resp. vierten Grades. Ein Mathematik-Software-Paket wie beispielsweise Maple löst die Gleichungen zwar auf, ob ganzzahlige Lösungen dabei auftreten können, ist aber nicht klar. Experimentell lässt sich ermitteln, dass es für kleine Werte von k (getestet habe ich etwa bis k = 10) keine ganzzahligen Lösungen für n gibt.

Daher meine Vermutung, dass es abgesehen von den oben erwähnten Unabhängigkeiten keine weiteren Fälle gibt. Mich interessiert, ob meine Vermutung richtig ist, jedoch habe ich keinen Beweis dafür.

Oliver Riesen, Kantonsschule Zug
Lüssiweg 24, 6302 Zug
oliver.riesen@ksz.ch

## *CAS am Gymnasium und an der Hochschule*

Otto Keiser

Wohl eine Mehrzahl der Deutschweizer Gymnasien setzt inzwischen in ihrem Mathematik- und Physikunterricht CAS (Computer Algebra Systeme) ein. Alternativ dazu werden meistens graphikfähige Taschenrechner verwendet. Gar nicht so selten wird der Verzicht auf CAS mit der Tatsache begründet, dass an den Examen vieler Hochschulen, insbesondere auch an der ETH, CAS in der Regel nicht erlaubt sind. In diesem Beitrag soll dargelegt werden, dass dieser Schluss m. E. nicht berechtigt ist.

Betrachten wir dazu eine typische Aufgabe, wie sie kürzlich an einem ETH-Vordiplom für Studenten verschiedener naturwissenschaftlicher Richtungen sinngemäss gestellt wurde:

Aufgabe 1:

a) Berechne für die Funktion $x \to y = \sqrt[3]{x}$ das Taylorpolynom vom Grad 2 an der Stelle $x_0 = 1$.

b) Berechne hieraus $\sqrt[3]{1.1}$ .

Es ist offensichtlich, dass die Aufgabe darauf abzielt, in einer sehr einfachen Umgebung fundamentale Begriffe und Ergebnisse der Analysis (Potenzfunktion mit gebrochenen Exponenten, Taylorreihe, Ableitung) samt praktischer Bedeutung abzufragen. Die geforderten mathematischen Fertigkeiten reduzieren sich auf die Anwendung der Potenzregel und einfachste Bruchrechnung. Es dürfte schwierig sein, einen Gymnasiallehrer zu finden, der nicht damit einverstanden ist, dass solche oder dazu äquivalente Aufgaben auch am Gymnasium *regelmässig* an Prüfungen *ohne* CAS zu lösen sind und dass im Hinblick auf den Aufgabenteil b) sogar *jegliches Rechenhilfsmittel untersagt* ist.

Andererseits müssen die besagten Studenten in den wöchentlichen Aufgabenserien regelmässig -oft realistische- Probleme lösen, bei welchen die Hilfe eines professionellen CAS (z. B. Mathematica) unerlässlich ist.

Diese Darlegungen sollten klar machen, dass die eingangs erwähnte Argumentation gegen CAS am Gymnasium schlecht begründet ist. Richtig ist das Gegenteil: Wenn wir am Gymnasium CAS einsetzen, so unterstützen wir sogar den aktuellen Hochschulunterricht.

Auch am Gymnasium müssen wir versuchen, Mathematik in überzeugenden und daher motivierenden Situationen anzuwenden. CAS ermöglicht dabei, den Bereich von möglichen Beispielen massiv auszuweiten. Zur Illustration ein mit dem obigen eng verwandtes Problem, das im Frühling 2005 an der T3-Regionaltagung Ostschweiz präsentiert und gelöst wurde [1].

Beleuchtet man den Innenrand eines Hohlzylinders (z.B. eine Kaffeetasse [2]) mit Parallellicht, so beobachtet man auf der inneren Kreisfläche einen beleuchteten Bereich, die sog. Kaustik mit einer herzförmigen Randkurve.

Man kann die Gleichung des Kaustikrandes näherungsweise gemäss folgender Idee [1] berechnen:

- Der Innenkreis mit der Gleichung $y = -\sqrt{1-x^2}$ wird in jedem Punkte $x = t$ durch eine Quadratparabel approximiert (Taylorreihe vom Grad 2).
- Ihr Brennpunkt F wird berechnet (die Parabel $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ hat $F(-\frac{b}{2a} \mid \frac{4a \cdot c - b^2 + 1}{4a})$).
- Die Menge aller Brennpunkte bildet die gesuchte Grenzkurve, d.h. sie hat die Parameterdarstellung:

$$x(t) = -\frac{b}{2a} \qquad y(t) = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2 + 1}{4a}.$$

Es steht ausser Frage, dass dieser Lösungsweg viele unserer Schüler und Schülerrinnen ohne das Hilfsmittel CAS überfordern würde. Aber ebenso ist klar, dass

- die meisten die Lösungsidee verstehen,
- den Lösungsweg auf dem Papier planen
- und die Lösung auf einem CAS durchführen können (siehe nachstehendes, leicht bearbeitetes Lösungsprotokoll des TI-voyage 200).

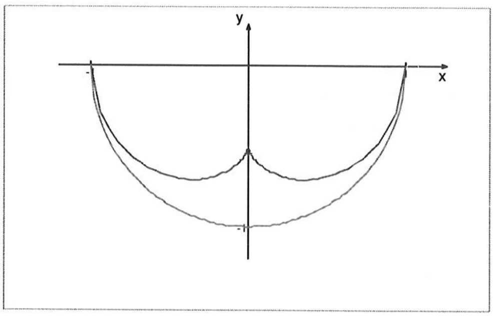
| | | |
|---|---|---|
| ▪ | Gleichung der Ringinnenseite | |
| ▪ | $-\sqrt{1-x^2} \rightarrow k(x)$ | Done |
| ▪ | Taylorentwicklung | |
| ▪ | taylor(k(x),x,2,t)→tp(x) | Done |
| ▪ | comDenom(tp(x),x) | $\frac{x^2-2\cdot x\cdot t^3+3\cdot t^2-2}{2\cdot(1-t^2)^{3/2}}$ |
| ▪ | Koeffizienten der Parabel | |
| ▪ | $\frac{1}{2\cdot(1-t^2)^{3/2}} \rightarrow a$ | $\frac{1}{2\cdot(1-t^2)^{3/2}}$ |
| ▪ | $\frac{-2\cdot t^3}{2\cdot(1-t^2)^{3/2}} \rightarrow b$ | $\frac{-2\cdot t^3}{2\cdot(1-t^2)^{3/2}}$ |
| ▪ | $\frac{3\cdot t^2-2}{2\cdot(1-t^2)^{3/2}} \rightarrow c$ | $\frac{3\cdot t^2-2}{2\cdot(1-t^2)^{3/2}}$ |
| ▪ | Koordinaten des Brennpunktes | |
| ▪ | $-\frac{b}{2\cdot a}$ | $t^3$ |
| ▪ | ans(1) → x(t) | Done |
| ▪ | $\frac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a}+\frac{1}{4a}$ | $\frac{-(2\cdot t^2+1)\cdot\sqrt{1-t^2}}{2}$ |
| ▪ | ans(1) → y(t) | Done |

Nach diesen gut verständlichen Vorbereitungen erhalten wir also die folgende *Parameterdarstellung* für die gesuchte Grenzkurve:

$$x(t) = t^3$$

$$y(t) = \frac{-(2\cdot t^2+1)\cdot\sqrt{1-t^2}}{2}$$

Erstaunt und überrascht werden die Schüler im Graphikfenster eine Kurve bestaunen, die sich oberflächlich gesehen nicht vom realen Rand der Kaustik unterscheidet.




Abschliessend möchte ich zur Frage „CAS am Gymnasium?" zu bedenken geben, dass wohl die Mehrheit der Maturanden und Maturandinnen eine Studienrichtung einschlägt, bei welcher Mathematik und Physik nicht einmal mehr am Rande vorkommen. Sie werden Juristen, Sprachler, Geschichtler, Lehrer etc. Wir Gymnasiallehrer sind aufgerufen, ihnen für ihr ganzes Leben ein Bild von Mathematik und Physik zu vermitteln, das der *zentralen* Stellung dieser Disziplinen im sog. modernen Leben gerecht wird. Dass dies mit CAS besser möglich ist, steht für mich ausser Frage.

Übrigens gelangen einige dieser Absolventen schliesslich als Politiker oder Beamte in Positionen, aus welchen sie die übernächste Revision der MAR massgeblich mitbestimmen werden. Auch hier haben wir es in der Hand, sie für unsere Fächer günstiger zu stimmen als dies beim Entwurf der MAR der Fall war.

[1] A. Vogelsanger, KS Burggraben St. Gallen,

[2] http://www1.physik.tu-muenchen.de/~cucke/ftp/lectures/kaustik3.pdf

Otto M. Keiser

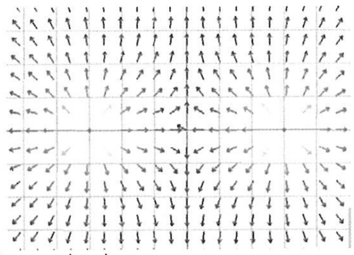
Hinterbergstrasse 88, 8044 Zürich; omkeiser@smile.ch

# Champ électrique et logiciel de simulation

Le champ électrique est un chapitre que je traite avec chacune de mes classes de physique, aussi bien celles de discipline fondamentale que les autres. Cela me permet de revenir sur le chapitre de la gravitation et, le niveau d'abstraction étant un petit plus élevé, d'en développer une nouvelle approche. La notion de champ est fondamentale en physique, mais, il faut bien l'admettre, n'est pas facile à comprendre lorsqu'on l'aborde pour la première fois.

Autant les notions de force ou de température sont concrètes, autant celle de champ est abstraite ; l'introduire est donc plus délicat. Plusieurs approches sont possibles ; parmi d'autres :

1. faire apparaître des lignes de champs en travaillant, par exemple, avec un bain d'huile et de petits objets (semoule, limaille de fer, ...)
2. calculer le champ à l'aide de la force de Coulomb puis le représenter par dessin, ce n'est valable que pour des cas simples (et cela prend du temps)
3. utiliser un logiciel de simulation et d'aide à la représentation graphique

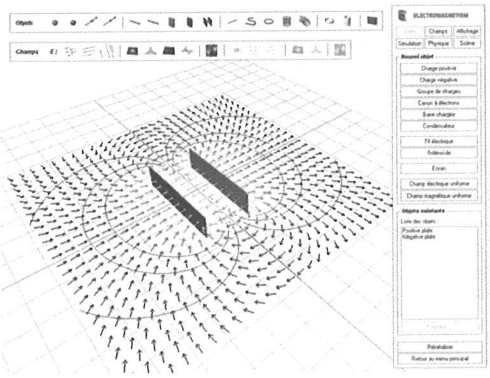


J'ai eu la chance d'assister à une démonstration d'un de ces logiciels lors d'une séance de la CRP. Il m'a semblé très intéressant pour mon problème de représentation de champs électriques. En effet, il suffit de placer les charges, les barres chargées ou les plaques chargées où ont le désire dans l'espace puis de cliquer sur un bouton pour voir apparaître le champ soit sous forme vectoriel soit par représentation des lignes de champs.

Ce logiciel permet de travailler plus généralement sur un champ électromagnétique. Différents objets sont à disposition de l'utilisateur : charge positive, charge négative, groupe de charges, canon à électron, barre chargée, condensateur, fil électrique, solénoïde, écran, plaque chargée, champ électrique uniforme, champ magnétique uniforme.

La souris permet à l'utilisateur de placer – et déplacer – ces *objets* dans l'espace, en double-cliquant dessus. Il est possible de déterminer les charges, les courants, les intensités et la position de ces *objets* de manières très précises.

Un simulateur est à disposition pour visualiser le déplacement d'une ou plusieurs charges dans un champ électromagnétique.



La prise en main du logiciel est aisée et ne demande pas de nombreuses explications.

C'est un complément intéressant aux autres méthodes. Il ne remplace ni les expériences réelles ni le calcul. Par contre, il permet de gagner du temps de calcul et de représentation dans l'espace. Des situations difficiles à visualiser deviennent exploitables. Il est tout à fait possible de laisser les élèves découvrir certaines situations par eux-mêmes.

Je vous livre donc le nom de ce logiciel :*Visualis Physics Electromagnetism*. Pour plus de renseignement, consulter le site www.visualis-physics.com.

Le prix est de CHF 650.- pour une licence d'établissement.

Olivier Dubail, membre de la CRP

Institut für Unterrichtsfragen und Lehrerfortbildung Basel (ULEF)
Zentrale Fachkonferenz Mathematik der oberen Schulen Basel

**Einladung zum**

# 25. Basler Kolloquium für Mathematiklehrkräfte

**Vier Vorträge zur Fortbildung der Mathematiklehrer und –lehrerinnen an oberen Schulen und für weitere an Mathematik, ihrer Geschichte und ihren Anwendungen Interessierte**

**Mittwoch, 01. Nov. 2006** **Samuel Müller, Sargans:**
**Symmetriegruppen von 0.5- bis 2.5-dimensionalen Ornamenten**

Die Deckabbildungen eines geometrischen Objekts bilden ziemlich klarerweise eine (meist nicht kommutative) Gruppe. Vorgegebene Objekte können sein: begrenzte ebene Figuren, bemalte Tetraeder, Würfel oder Oktaeder, Bandornamente, bemalte unbegrenzte Lineale, Tapeten, Kristallstrukturen (alle jeweils einfarbig oder zweifarbig bemalt). Die Frage ist stets, wie viele und welche Deckabbildungsgruppen existieren. Während die Frage bei den Kristallen den Mittelschulrahmen klar sprengt, sind die übrigen Fragestellungen alle am Gymnasium behandelbar.

Ich berichte über die Methoden, mit denen ich in vielen Jahren mit meinen Klassen jeweils eine der erwähnten Fragestellungen behandelt habe, teils im regulären Unterricht, teils in Studienwochen oder in einem Freifachkurs. Und dass dabei Ästhetik und künstlerisch kreative Aktivität in die Mathematik Einzug halten, wissen wir spätestens seit dem Maler M. C. Escher

**Mittwoch, 08. Nov. 2006** **Urs Oswald, Zürich:**
**LATEX - ein leistungsfähiges Werkzeug**

**LATEX**, 1985 von Leslie Lamport publiziert und seither ständigweiterentwickelt, ist eine Makrosammlung der Dokumentenprogrammiersprache **TEX**. Diese wurde vom Informatikgenie Donald E. Knuth in den siebziger und achtziger Jahren geschaffen. **LATEX**-Quelldateien sind, als reine Textdokumente, beliebig portierbar und lassen sich in Postscript-, PDF- und HTML-Dateien verwandeln. PDF-Dateien können mit Hypertext- und Powerpoint-Eigenschaften versehen werden. **LATEX** ist berühmt für seine Fähigkeit, anstandslos beliebig komplexe Dokumente zu verarbeiten.

Für den Mathematiker, der eine Vorliebe für's Programmieren hat, eignet sich **LATEX** in doppelter Hinsicht: Einerseits bietet **LATEX** selbst viele Programmiermöglichkeiten, anderseits können komplexe **LATEX**-Dateien leicht mit Hilfe von Programmen erzeugt werden.

**Mittwoch, 15. Nov. 2006** **Pierre Bolli, Le Vaud:**
**Aspects multiples d'un problème de géométrie élémentaire**

Un ami – non mathématicien – ma posé un problème concernant un cercle tangent à deux autres cercles et une tangente commune. Après avoir donné une première réponse, j'ai été très surpris par a grande variété des chemins menant à la solution de cette question élémentaire. Cette situation est exemplaire de la somptueuse richesse des méthodes géométriques: un immense trésor pédagogique que l'enseignement contemporain a peut-être trop tendance à négliger.

Cette question présente aussi un grand intérêt du point de vue de l'histoire des mathématiques: il s'agit, en effet, d'un cas très particulier du fameux problème sur les cercles tangents, déjà énoncé par Apollonius dans l'Antiquité. De nombreuses solutions ont été proposées depuis cette époque; cet exposé permettra aussi d'en évoquer quelques-unes, notamment celles de Viète (XVI$^{e}$ siècle), de Gergonne (1814) et de Poncelet-Fouché (1892).

**Mittwoch, 22. Nov. 2006** **Prof. Knut Radbruch, Kaiserslautern:**
**Literatur als Medium einer Kulturgeschichte der Mathematik**

In der deutschsprachigen Literatur der vergangenen vier Jahrhunderte – von Gryphius bis Enzensberger – finden sich vielfältige mathematische Spuren. Sichtung und Deutung dieser Spuren führen zu Einsichten über Ansehen, Wirkung und Akzeptanz von Mathematik im Kontext gesamtkultureller Konstellationen und Entwicklungen. Literatur als kulturelles Gedächtnis ist somit ideales Medium für eine „er-lesene" Kulturgeschichte der Mathematik.

**Die Vorträge finden jeweils um 17.15 Uhr im grossen Hörsaal des Mathematischen Instituts der Universität Basel, Rheinsprung 21, statt.**

Ab 16.30 Uhr gemütliches Beisammensein beim Tee im 1. Untergeschoss.
Keine Anmeldung nötig
Organisator: Peter Dubach, Holeerain 7, 4102 Binningen
(Tel [0041] 061 422 05 73, Email: pdubach@bluewin.ch)

## Lehrstücke der Mathematik im Unterricht der Sekundarstufe 2

WBZ – Kurs – Frühjahr 2007

Kursbeschreibung:

Für den Mathematikunterricht liegt ein Repertoire von sechs Lehrstücken vor, das sind nach genetisch-dramaturgischer Methode gestaltete Unterrichtseinheiten im Sinne Wagenscheins und Klafkis. Diese Lehrstücke samt der dahinter stehenden Lehrkunstdidaktik werden präsentiert. Es gilt, sich in kollegialer Kooperation mit diesen auseinanderzusetzen und das eine oder andere dieser Lehrstücke anschliessend im eigenen Unterricht durchzuführen. Mit diesen Lehrstücken werden zentrale Ideen der Mathematik im Unterricht lebendig und alle Kursteilnehmer erweitern ihr persönliches Methodenrepertoire. Geplant ist ein Reflexionskurs nach etwa einem Jahr, um die gemachten Erfahrungen gemeinsam zu verarbeiten und das eigene Lehrstück zu optimieren.

| | | |
|---|---|---|
| Veranstalter: | VSMP/DMK | |
| Kursverantwortliche: | Bärbel Schöber | Gymnasium Bern Neufeld<br>Gymnasiallehrerin Mathematik/Physik<br>Weiterbildungsdelegierte DMK |
| Referent (Experte) | Hans Christoph Berg,<br>Hans Brüngger | Professor Universität Marburg<br>Gymnasiallehrer Mathematik Bern |

Kurssprache : Deutsch

Zielgruppe: Lehrpersonen Mathematik, Sekundarstufe 2

Kursdatum: 29.03.07 – 30.03.07

Kursort: Gymnasium Bern Neufeld

Kurskosten: 240.00 Fr

Ausschreibung im Programm der WBZ Frühjahr 2007 und auf der Web-Palette www.wbz-cps.ch

Kursnummer: 07.04.20

Anmeldeschluss: 23.01.07

# Ja - Oui - Sì ☐

Ich möchte Mitglied des Vereins Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte (VSMP) sowie des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrerinnen und -lehrer (VSG) werden.

J'aimerai devenir membre de la Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique (SSPMP) et de la société suisse des professeurs de l'enseignement secondaire (SSPES).

Desidero diventare membro della Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica (SSIMF) e della Società Svizzera degli Insegnanti delle Scuole Secondarie (SSISS).

Beitrag/Montant/Quota: Fr. 95.- (VSG-SSPES-SSISS) + Fr. 30.- (SSIMF-SSPMP-VSMP)

Frau/Mme/Sig.ra ☐ Herr/M./Sig. ☐ Prof. ☐ Dr. ☐

Name/Nom/Cognome: ..........................................................................................

Vorname/Prenom/Nome: ......................................................................................

Adresse/Indirizzo (privat/privato): ........................................................................

Plz-Ort/NP-Ville/CAP-Luogo: ...............................................................................

(Land/Pays/Paese): ..............................................................................................

Email: ..................................................................... (Tel): .................................................

(Geburtsdatum/Date de naissance/Data di nascita): ...................................................

Sprache/Langue/Lingua: D☐ F☐ I.☐

Schule/école/scuola: ..................................... Kanton/canton/cantone: .............................

Kategorie/Catégorie/Categoria: activ/actif/attivo ☐ passive/passif/passivo ☐
Student/-in, étudiant(e), studente/ssa. ☐

Einsenden an/envoyer à/inviare a:
VSG-SSPES-SSISS, Postfach 8742 (Waisenhausplatz 14), 3001 Bern
oder per Internet: www.vsg-sspes.ch

# Impressum

Herausgeber – *Éditeur*
VSMP / SSPMP / SSIMF

Korrespondenz – *Correspondance*
Wolfgang Pils wolfgang.pils@bluewin.ch
Bergstr. 48 Tel. 044 881 75 65
8424 Embrach

Layout – *Mise en page*
Jean-Luc Barras jeanluc.barras@postmail.ch
Es Novallys 224 Tél. 026 912 98 24
1628 Vuadens

Inserateverwaltung – *Publicité*
Urs Zimmermann uzimmermann@kzu.ch
Sonnhaldenstr. 17 Tel. 044 872 31 31
8184 Bachenbülach

Adressänderung – *Changement d'adresse*
VSMP Mitglieder – *Membres de la SSPMP*
VSG – SSPES – SSISS
Sekretariat, Postfach 8742
3001 Bern
Abonnenten die nicht Mitglieder der VSMP sind
Wolfgang Pils wolfgang.pils@bluewin.ch
Bergstr. 48 Tel. 044 881 75 65
8424 Embrach

Druck und Versand – *Imprimerie*
Niedermann Druck AG
Rorschacherstrasse 290
9016 St. Gallen

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)
– *Délais de rédaction (de parution)*

| | |
|---|---|
| Nr. 103 | 31.12.2006 (20.02.2007) |
| Nr. 104 | 30.04.2007 (20.06.2007) |
| Nr. 105 | 31.08.2007 (20.10.2007) |

Präsidentin VSMP – SSPMP – SSIMF
Elisabeth McGarrity mcgarrity@rhone.ch
Bäjiweg 45 Tel. 079 34 34 862
3902 Brig-Glis

Deutschschweizerische Mathematikkommission
Hansjürg Stocker hjstocker@bluewin.ch
Friedheimstrasse 11 Tel. 044 780 19 37
8820 Wädenswil

Deutschschweizerische Physikkommission
Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
Weinbergstrasse 3 Tel. 055 410 62 36
8807 Freienbach

Commission Romande de Mathématique
Eugène Pasquier eu.pasquier@bluewin.ch
Prachaboud Tél. 026 912 51 26
1661 Le Pâquier-Montbarry

Commission Romande de Physique
Philippe Drompt drompt@swissonline.ch
Rue des Tilles 23 Tél. 032 485 11 09
2603 Péry

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana
Arno Gropengiesser groppi@bluewin.ch
Via Vincenzo d'Alberti 13
6600 Locarno Tél. 091 751 14 47

Bestimmungen für Inserate und Beilagen
– *Tarifs pour les annonces et les annexes*

| | |
|---|---|
| Ganzseitige Inserate | Fr. 500.– |
| Halbseitige Inserate | Fr. 300.– |
| Beilagen bis 20 g | Fr. 500.– |
| Beilagen über 20 g | Nach Vereinbarung |

Auflage – *Tirage*
900. Erscheint dreimal jährlich.

**Internet-Adressen – Adresses Internet**

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch